Aufgaben und Lösungen

Kapitel 1 – 10

7. Juni 2005

Kapitel 1

Aufgabe 1.1

Bei einer Ge-Probe liegt das Ferminiveau 0,15eV unter der Leitungsbandkante.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit welcher die Valenzbandkante und die Leitungsbandkante von Elektronen besetzt sind und vergleichen Sie die Werte mit den Wahrscheinlichkeiten für einen Intrinsic-Halbleiter. ($kT = 26meV \equiv$ Zimmertemperatur)

b) Berechnen Sie die Elektronendichte im Leitungsband und die Löcherdichte im Valenzband für den obigen Halbleiter. Über welche Beziehung sind die aus b) erhaltenen Ergebnisse direkt miteinander verknüpft?

Lösung zur Aufgabe 1.1:

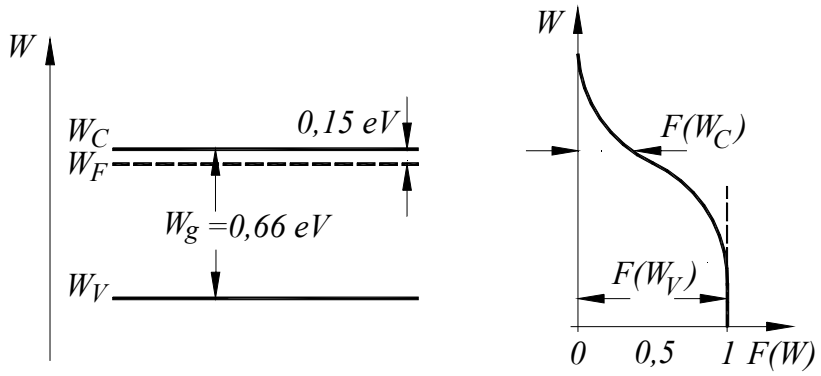


Bild L: 1.1

a) Besetzungswahrscheinlichkeit für Elektronen

$$F(W_C) = \frac{1}{1 + e^{\frac{W_C - W_F}{kT}}} = \frac{1}{1 + e^{\frac{0{,}15eV}{0{,}026eV}}} = 3{,}11 \cdot 10^{-3}$$

$$F(W_V) = \frac{1}{1 + e^{\frac{W_V - W_F}{kT}}} \approx 1 - e^{-\frac{(W_F - W_V)}{kT}}$$

$$F(W_V) \approx 1 - e^{-\frac{0{,}51eV}{0{,}026eV}} = 1 - 3{,}03 \cdot 10^{-9}$$

Besetzungswahrscheinlichkeit durch Löcher

$$F(W_V) \approx 1 - F(W_V, \, Elektr.) = 3{,}03 \cdot 10^{-9}$$

b) Elektronen- und Löcherdichte

$$n_o = N_C F(W_C, Elektr.) = 1{,}04 \cdot 10^{19} \, cm^{-3} \cdot 3{,}11 \cdot 10^{-3} = 3{,}23 \cdot 10^{16} \, Elektr. / cm^3$$

$$p_o = N_V F(W_V, Löcher) = 6{,}0 \cdot 10^{18} \, cm^{-3} \cdot 3{,}03 \cdot 10^{-9} = 18{,}18 \cdot 10^{9} \, Löcher / cm^3$$

$$n_o p_o = n_i^2 \qquad n_i = \sqrt{n_o p_o} = 2{,}4 \cdot 10^{13} \, cm^{-3}$$

Aufgabe 1.2

Gegeben ist ein n-Typ Si-Halbleiter, dessen Donatorniveau 0,05eV unter der Leitungsbandkante liegt. Die Dichte der ionisierten Donatoratome N_D^+ (Bild 1.11) beträgt

$$N_D^+ = N_D\,[1 - F(W_D)]$$
$$= N_D \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\exp\frac{W_D - W_F}{kT}} \right]$$

wobei [1 - $F(W_D)$] die Wahrscheinlichkeit für das Fehlen eines Elektrons ist und der Faktor 1/2 den einfach ionisierten Donator berücksichtigt |MÜLL|.

a) Berechnen Sie bei Raumtemperatur die Ferminiveaus bei folgenden Dotierungen: N_D = 10^{16}cm^{-3}, 10^{18}cm^{-3} und 10^{19}cm^{-3}. Dabei wird vorausgesetzt, dass 100%ige Ionisation der Donatoren vorliegt.

b) Verwenden Sie dann die berechneten Ferminiveaus, um die Voraussetzung der 100%igen Ionisation zu überprüfen.

Lösung zur Aufgabe 1.2:

Vorgehensweise:

a) Bestimmung von W_C - W_F bei Annahme 100%ige Ionisation

b) Überprüfung der Annahme

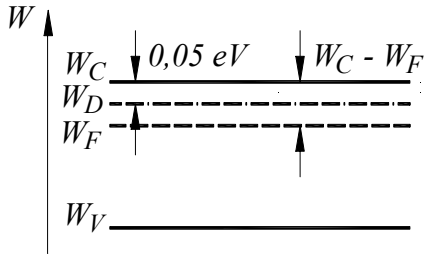


Bild L: 1.2

$$n_o = N_C e^{-\frac{(W_C - W_F)}{kT}} \Rightarrow W_C - W_F = kT \ln \frac{N_C}{n_o}$$

Annahme: 100%ige Ionisation

$N_D \mathrel{\hat{=}} n_o$ 100%ige Ionisation	$W_C - W_F$	$W_D - W_F =$ $W_C - W_F - 0{,}05eV$
10^{16} cm^{-3}	0,206 eV	0,156 eV
10^{18} cm^{-3}	0,0866 eV	0,0366 eV
10^{19} cm^{-3}	0,0268 eV	-0,0232 eV

Dichte der ionisierten Donatoratome

$$N_D^+ = N_D\left[1 - F(W_D)\right]$$

hierbei beschreibt [1-$F(W_D$] die Wahrscheinlichkeit für das Fehlen eines Elektrons

$$N_D^+ = N_D\left[1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}e^{\frac{W_D - W_F}{kT}}}\right]$$

N_D [cm^{-3}]	W_D - W_F [eV]	N_D^+ [cm^{-3}]
10^{16}	0,156	10^{16}[1 - 0,049] = 10^{16}
10^{18}	0,0366	10^{18} [1 - 0,328] = 0,63·10^{18}
10^{19}	-0,0232	10^{19} [1 - 0,83] = 0,17·10^{19}

D.h. ab $N_D = 10^{18}$cm^{-3} keine 100%ige Ionisation mehr

Exakter Lösungsansatz:

$$n_o = N_D^+ + p_o \qquad \text{elk. Neutralität}$$

$$N_C e^{-\frac{(W_C - W_F)}{kT}} = N_D\left[1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}e^{\frac{W_D - W_F}{kT}}}\right] + N_V e^{-\frac{(W_F - W_V)}{kT}}$$

Numerische Lösung:

1. Lage des Ferminiveaus
2. aus Dichtebeziehung Ladungsträgerkonzentration

Aufgabe 1.3

Gegeben ist ein Si-Halbleiter mit $5 \cdot 10^{16}$ Boratome/cm^3 und 10^{15} Phosphoratome/cm^3. Berechnen Sie bei Raumtemperatur:

a) die Elektronen- und Löcherkonzentration;

b) die Leitfähigkeit und

c) den Abstand des Fermi- zum Intrinsic-Niveau. Die Beweglichkeiten sind dem Bild 1.17b zu entnehmen.

Lösung zur Aufgabe 1.3

a) Elektronen- und Löcherkonzentration

Bor; $N_A = 5 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}$ Phosp.; $N_D = 10^{15}\text{cm}^{-3}$

$N_A - N_D = 4{,}9 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3} \gg n_i = 1{,}45 \cdot 10^{10}\text{cm}^{-3}$

p-Typ-Halbleiter 100%ige Ionisation

$p_{po} = N_A - N_D = 4{,}9 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}$

$n_{po} = n_i^2/(N_A - N_D) = 4{,}29 \cdot 10^3\text{cm}^{-3}$

b) Leitfähigkeit

$$\sigma = q(\mu_p p + \mu_n n)$$

$$\sigma = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, As(400\, \frac{cm^2}{V \cdot s}\, 4{,}9 \cdot 10^{16}\, cm^{-3}$$

$$+ 1000\, \frac{cm^2}{V \cdot s}\, 4{,}29 \cdot 10^3\, cm^{-3})$$

$$\sigma = 3{,}13(\Omega cm)^{-1}$$

c) Abstand Fermi- zu Intrinsicniveau

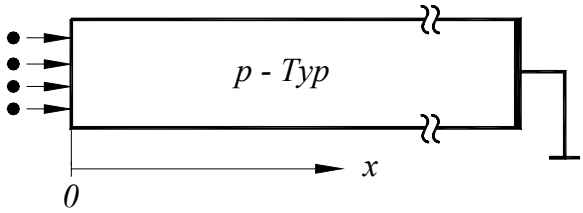
$$p_{po} = n_i e^{(W_i - W_F)/kT}$$

$$W_i - W_F = kT \ln \frac{p_{po}}{n_i} = 26 meV \ln \frac{4{,}9 \cdot 10^{16}\, cm^{-3}}{1{,}45 \cdot 10^{10}\, cm^{-3}}$$

$$W_i - W_F = 390 meV$$

Aufgabe 1.4

In einem sehr langen homogen dotierten p-Typ Silizium Halbleiter werden an der Stelle $x = 0$ bei Raumtemperatur (300K) kontinuierlich Elektronen injiziert. (Entspricht einem pn-Übergang, bei dem der n-Bereich nicht gezeigt und sehr hoch dotiert ist).



An der Stelle $x = 0$ ist die Elektronendichte $n(0) = 10^{10}\text{cm}^{-3}$. Die Elektronen- und Löcherbeweglichkeiten betragen $\mu_n = 1200\text{cm}^2/\text{Vs}$ und $\mu_p = 400\text{cm}^2/\text{Vs}$. Der Halbleiter hat eine Dotierung von $N_A = 10^{15}\text{cm}^{-3}$. Die Diffusionslänge der Elektronen beträgt $22\mu m$.

a) Zeichnen Sie den Verlauf von Elektronenstromdichte J_n und Löcherstromdichte J_p als Funktion des Ortes.

b) Wie groß ist die Gesamtstromdichte?

c) Welchen Wert hat die elektrische Feldstärke für $x \to \infty$?

Hinweis: Zur Lösung der Aufgabe ist das Studium "Vertiefende Betrachtung zum Experiment" (Kap.1.5) erforderlich.

Lösung zur Aufgabe 1.4:

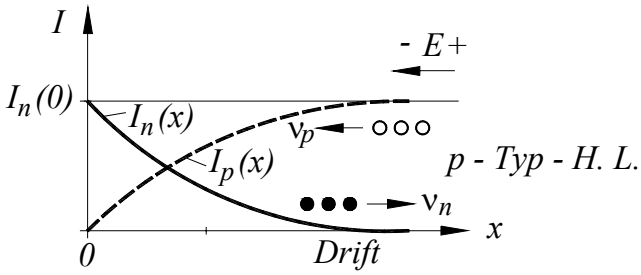


Bild L: 1.4

$$J_n = q\mu_n nE + qD_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

$$J_p = q\mu_p pE - qD_p \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$J = J_n + J_p$$

Drift vernachlässigbar bei Minoritätsträger

an der Stelle x = 0: $J = J_n(0) + J_p(0) = qD_n \left.\frac{\partial n}{\partial x}\right|_{x=0}$

Aus "Vertiefende Betrachtung zum Experiment" (Kap.1.5) und in Analogie zu Beziehung (1.70):

$$n'_p(x) = n'_p(0)e^{-x/L_n}$$

$$\frac{\partial n'_p}{\partial x} = -\frac{1}{L_n} n'_p(0)e^{-x/L_n}$$

$$\left.\frac{\partial n'_p}{\partial x}\right|_{x=0} = -\frac{1}{L_n} n'_p(0)$$

$$J = -qD_n \frac{1}{L_n} n'_p(0) = -q\frac{kT}{q}\mu_n \frac{1}{L_n}(n_p(0) - n_{po})$$

$$n_{po} = n_i^2 / N_A = 2{,}1 \cdot 10^5 cm^{-3}$$

$$J = -1{,}6 \cdot 10^{-19} As \cdot 26 \cdot 10^{-3} V \cdot 1200 \frac{cm^2}{V \cdot s} \frac{1}{22 \cdot 10^{-4} cm}(10^{10} - 2{,}1 \cdot 10^5) cm^{-3}$$

$$\boxed{J = -22{,}7 \frac{\mu A}{cm^2}}$$

Feldstärke bei $x \to \infty$?

$$J_n = q\mu_n nE + qD_n \frac{\partial n}{\partial x} \qquad \text{(Diff. – Term vernachlässigbar)}$$

$$J_p = q\mu_p pE - qD_p \frac{\partial p}{\partial x} \qquad \text{(Diff. – Term vernachlässigbar)}$$

mit $p_p \gg n_p$ ist $J_p \gg J_n$

$$J|_{x\to\infty} = J_p = q\mu_p pE$$

$$E = \frac{J}{q\mu_p p} = \frac{-22{,}7 \cdot 10^{-6} A/cm^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19} A \cdot 400 cm^2/V \cdot s \cdot 10^{15} cm^{-3}}$$

$$E = -3{,}54 \cdot 10^{-4} V/cm$$

Aufgabe 1.5

Mit dieser Aufgabe soll der Begriff Lebensdauer vertiefend betrachtet werden. Dazu wird das folgende Experiment analysiert.

In der gezeigten n-Typ Siliziumprobe werden Majoritäts- und Minoritätsträgerdichten gegenüber denjenigen im thermodynamischen Gleichgewicht zu gleichen Teilen erhöht bzw. erniedrigt.

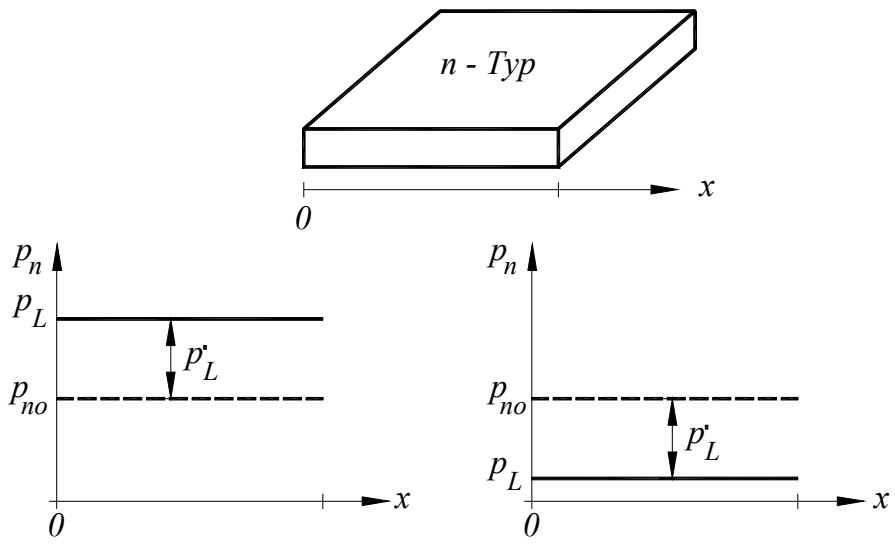


Bild A: 1.5

Die Erhöhung kann z.B. durch Lichtbestrahlung erfolgen, wodurch Elektronen-Lochpaare durch das Aufbrechen kovalenter Verbindungen entstehen. Die Ursache zur Erniedrigung der Ladungsträgerdichten ist dagegen nicht so einfach zu beschreiben, was jedoch für das Experiment von untergeordneter Bedeutung sein soll.

Wird nun die Ursache, die die Ladungsträgerdichten verändert, beseitigt, so stellt sich die Frage, wodurch und wie der Ausgleichsvorgang zum thermodynamischen Gleichgewicht erfolgt.

Lösung zur Aufgabe 1.5

Ausgangspunkt ist die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = G - R.$$

Hierbei wurde angenommen, dass keine örtliche Stromänderung in der als homogen angenommenen Probe auftritt.

Die Nettorekombinationsrate bei schwacher Injektion beträgt (Gl. 1.65)

$$U = R - G = \frac{1}{\tau_p}(p_n - p_{no}) = \frac{p'_n}{\tau_p}.$$

Damit ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung der Zusammenhang

$$\frac{\partial p'_n}{\partial t} = \frac{p'_n}{\tau_p}.$$

Mit den Randbedingungen $p'_n(t=0) = p'_L$ liefert die Lösung der Differentialgleichung

$$\boxed{p'_n(t) = p'_L\, e^{-t/\tau_p}}$$

die Beschreibung des Ausgleichvorgangs zum thermodynamischen Gleichgewicht, wobei τ_p eine Zeitkonstante ist, die die Minoritätsträger-Lebensdauer beschreibt.

Abhängig vom Experiment kann p'_L größer oder kleiner 0 sein. Ist $p'_L > 0$ und damit U > 0, so geschieht der Ausgleichsvorgang

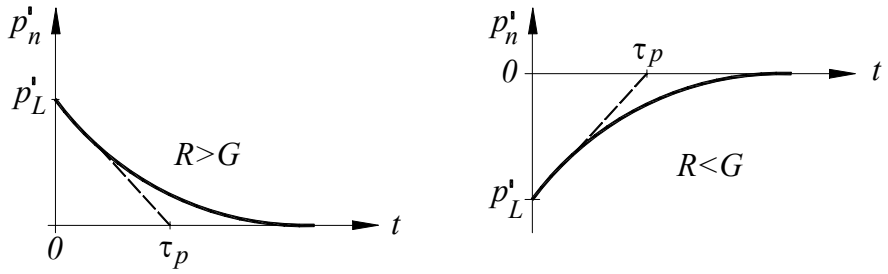


Bild L: 1.5

durch überwiegende Rekombination. Ist dagegen $p'_L < 0$ und $U < 0$, so findet der Ausgleichsvorgang durch überwiegende Generation statt.

Kapitel 2

Aufgabe 2.1

Ein abrupter pn-Si-Übergang hat die Dotierungen $N_A = 10^{15}\text{cm}^{-3}$ und $N_D = 2\cdot 10^{17}\text{cm}^{-3}$.

a) Berechnen Sie die Diffusionsspannung bei Raumtemperatur.

b) Bestimmen Sie die Weite der Raumladungszone und

c) die entsprechende maximale Feldstärke für $U_{PN} = 0\text{V}$ und - 10V.

Lösung zur Aufgabe 2.1

a) Diffusionsspannung (built-in voltage) bei RT

$$\phi_i = \phi_t \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 26mV \ln \frac{10^{15}\,cm^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{17}\,cm^{-3}}{(1{,}45 \cdot 10^{10}\,cm^{-3})^2}$$

$$\phi_i = 0{,}717V$$

b) Weite der Raumladungszone bei $U_{PN} = 0\text{V}$ und $U_{PN} = -10\text{V}$

$$w = \sqrt{\frac{2\varepsilon_o \varepsilon_{Si}}{q} \frac{1}{N_A} (\phi_i - U_{PN})} \qquad \text{da} \qquad N_D \gg N_A \qquad \text{ist}$$

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-14}\,As/V \cdot cm \cdot 12}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,As} \frac{1}{10^{15}\,cm^{-3}} (0{,}717V - U_{PN})}$$

$$w(U_{PN} = 0V) = 0{,}97\,\mu m$$

$$w(U_{PN} = -10V) = 3{,}77\,\mu m$$

c) Maximale Feldstärke bei $U_{PN} = 0\text{V}$ und $U_{PN} = -10\text{V}$

$$\phi_i - U_{PN} = -\frac{1}{2} E_M \cdot w$$

$$E_M = -\frac{2(\phi_i - U_{PN})}{w}$$

$$E_M(U_{PN} = 0V) = -\frac{2(0{,}717V)}{97 \cdot 10^{-6}\,cm} = -14{,}78 \cdot 10^3\,V/cm$$

$$E_M(U_{PN} = -10V) = -56{,}8 \cdot 10^3\,V/cm$$

Aufgabe 2.2

Im thermodynamischen Gleichgewicht kompensieren sich die Drift- und Diffusionsströme beim pn-Übergang. Bestimmen Sie ungefähr eine dieser Stromdichtekomponenten, wenn $N_A = 10^{18}\text{cm}^{-3}$, $N_D = 5\cdot10^{15}\text{cm}^{-3}$ und die Weite der Raumladungszone $46\cdot10^{-6}$ cm beträgt. Die Beweglichkeit der Löcher soll 500 cm^2/Vs betragen.

Lösung zur Aufgabe 2.2:

$$I_{Diff} = -qD_p \frac{dp}{dx} \approx -qD_p \frac{\Delta p}{\Delta x}$$

$$I_{Diff} \approx -qD_p \frac{p_{po} - p_{no}}{w}$$

$$\text{mit: } D_p = \phi_t \mu_p = 26mV \cdot 500cm^2 / V \cdot s = 13cm^2 / s$$

mit $p_{po} \gg p_{no}$

$$I_{Diff} \approx -qD_p \frac{p_{po}}{w} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} As \cdot 13 \frac{cm^2}{s} \frac{10^{18} cm^{-3}}{46 \cdot 10^{-6} cm}$$

$$I_{Diff} \approx -45217 A / cm^2$$

Diese enorm große Diffusionsstromdichte wird kompensiert durch eine gleich große Driftstromdichte.

Aufgabe 2.3

In Kapitel 2.1 ist ein inhomogener n-Typ-Halbleiter beschrieben. Geben Sie qualitativ das Strom-Spannungsverhalten wieder. Kommt es zu einer Gleichrichterwirkung?

Lösung zur Aufgabe 2.3

Zum Vergleich:

a) pn-Übergang

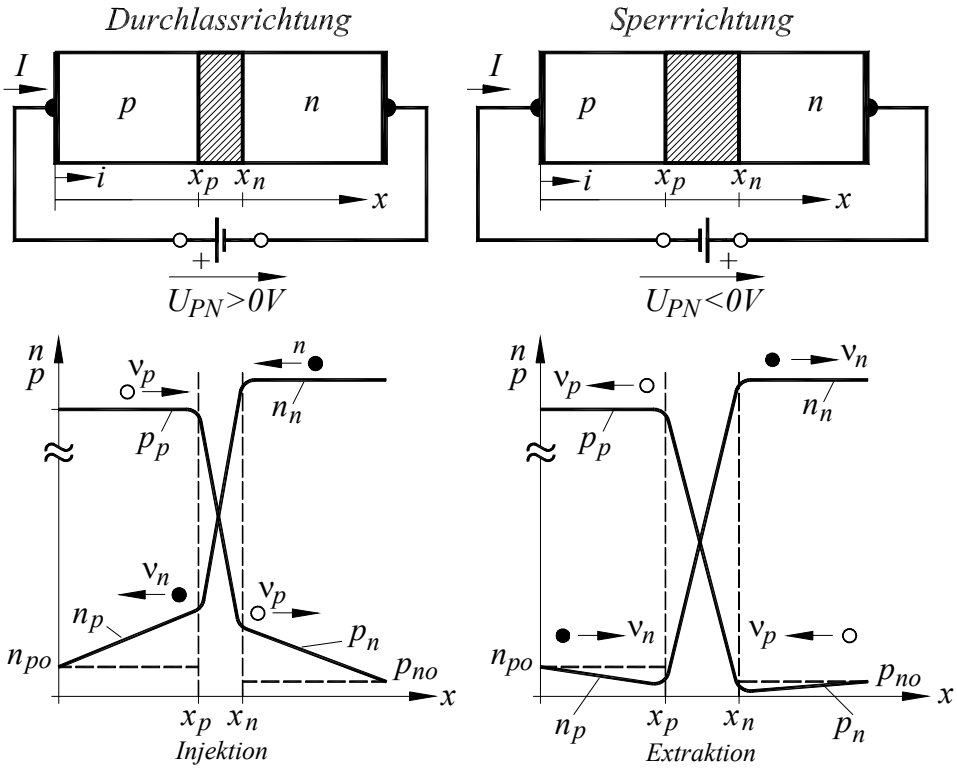


Bild L: 2.3.1

Strom der jeweiligen Majoritätsträger ist gleich dem der entsprechenden Minoritätsträger. D.h. I_n im n-Typ ist gleich I_n im p-Typ und I_p im p-Typ ist gleich I_p im n-Typ.

In Durchlassrichtung können die Minoritätsträgergradienten d.h. Minoritätsträgerströme bis zum thermischen Durchbruch erhöht werden.

In Sperrrichtung kann der Minoritätsträgergradient an den Rändern der Raumladungszone bis auf Null absinken. Weitere Veränderung der Gradienten und damit Minoritätsträgerströme ist nicht möglich. Der Strom sättigt bei sehr kleinen Werten.

b) n^+n-Übergang

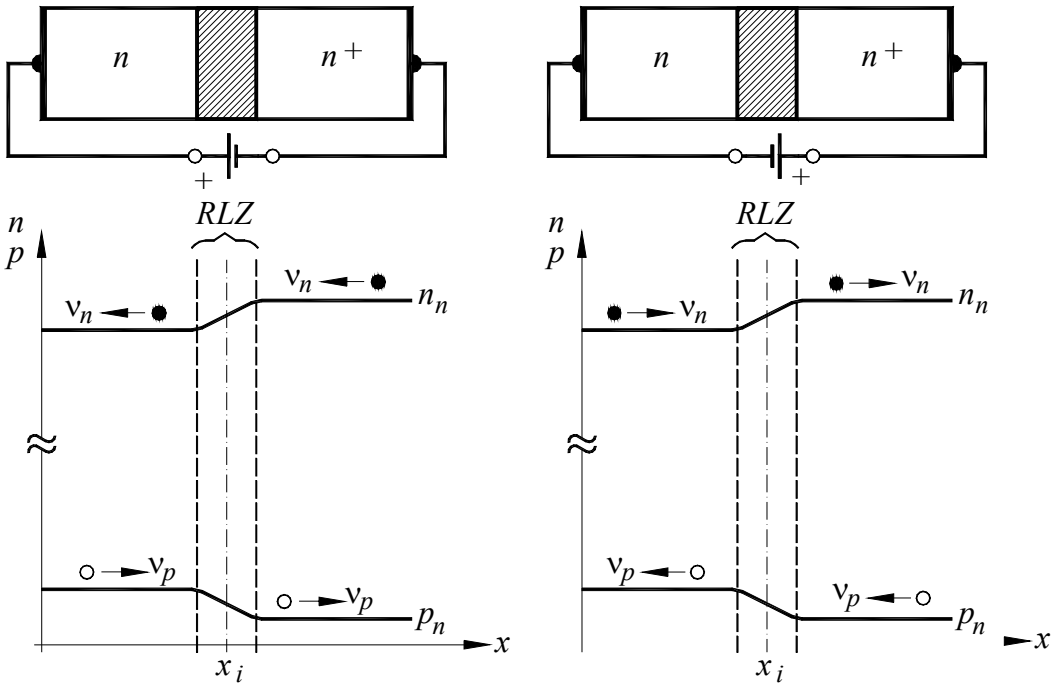


Bild L: 2.3.2

Grundsätzlich: Majoritätsträgerbauelement, bei dem die Majoritätsträger in beiden Richtungen wandern können. Die Ladungsträgeränderungen an den Grenzen der Raumladungszone sind vernachlässigbar. Somit resultiert ein Verhalten wie ein Widerstand.

Aufgabe 2.4

Bestimmen Sie für den n^+p-Übergang die Sperrschichtkapazitäten pro Fläche und Raumtemperatur am Rand und am Boden bei U_{PN} = 0V. Nehmen Sie dabei als Näherung das gezeigte Stufenprofil an.

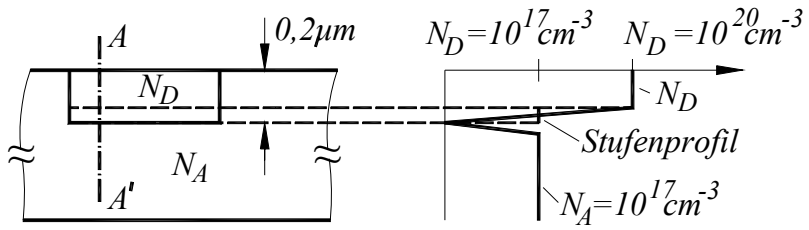


Bild A: 2.4

Lösung zur Aufgabe 2.4

$$\phi_i = \phi_t \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} \quad ; \qquad w = \sqrt{\frac{2\varepsilon_o \varepsilon_{Si}}{q}\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)\phi_i}$$

Rand:

$$\phi_i = 26mV \ln \frac{10^{20} \cdot 10^{17} (cm^{-3})^2}{(1{,}45 \cdot 10^{10}\, cm^{-3})^2} = 0{,}998V$$

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot 11{,}9 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14} \frac{As}{Vcm}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\, As}\left(\frac{1}{10^{20}} + \frac{1}{10^{17}}\right)\frac{1}{cm^{-3}}\, 0{,}998V}$$

$$w = 0{,}114\,\mu m$$

$$C'_j = \frac{\varepsilon_o \varepsilon_{Si}}{w} = \frac{11{,}9 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14} \frac{As}{Vcm}}{1{,}14 \cdot 10^{-5}\, cm} = 92{,}4 \frac{nF}{cm^2}$$

$$C_j^* = C'_j \cdot x_j = 92{,}4 \frac{nF}{cm^2} \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-4}\, cm = 1{,}85 \frac{pF}{cm}$$

Boden:

$$\phi_i = 26mV \ln \frac{10^{17} \cdot 10^{17} (cm^{-3})^2}{(1{,}45 \cdot 10^{10}\, cm^{-3})^2} = 0{,}819V$$

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot 11{,}9 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14}\, As/Vcm}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\, As}\left(\frac{1}{10^{17}} + \frac{1}{10^{17}}\right)\frac{1}{cm^{-3}}\, 0{,}819V}$$

$$w = 0{,}147\,\mu m$$

$$C'_j = \frac{11{,}9 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14} \frac{As}{Vcm}}{1{,}47 \cdot 10^{-5}\, cm} = 71{,}7 \frac{nF}{cm^2}$$

Aufgabe 2.5

Am pn-Übergang der Diode ist eine Diffusionsspannung wirksam. Entsteht ein Stromfluss, wenn die Diode von außen kurzgeschlossen wird?

Begründen Sie die Aussage.

Lösung zur Aufgabe 2.5

Es kommt zu keinem Gleichstromfluss. Nach einigen ps stellt sich thermodynamisches Gleichgewicht ein. Siehe hierzu Kapitel 2.3.4

Aufgabe 2.6

Im Folgenden soll ein Basis-Emitterübergang bei Raumtemperatur analysiert werden. Die Daten sind: N_D (Emitter) = $5 \cdot 10^{19}$ cm^{-3} ; w'_n = 0,2 µm

N_A (Basis) = $5 \cdot 10^{17}$ cm^{-3} ; w'_p = 0,2 µm

D_p = 12 cm^2/s ; D_n = 21 cm^2/s U_{PN} = 0,80 V

Emitterfläche A = 1 µm^2

Bestimmen Sie: Die Weite der Raumladungszone, den Sperrstrom I_S; Durchlassstrom I sowie die Sperrschicht- und Diffusions-Kapazität bei U_{PN} = 0,80 V und U_{PN} = 0V

Lösung zur Aufgabe 2.6:

a) Weite der Raumladungszone: mit $N_D > N_A$

$$w = \sqrt{\frac{2\varepsilon_o \varepsilon_{Si}}{q} \frac{1}{N_A} \left(\phi_i - U_{PN}\right)} \; ;$$

$$\phi_i = \phi_t \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 26mV \ln \frac{5 \cdot 10^{19}\, cm^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{17}\, cm^{-3}}{(1{,}45 \cdot 10^{10}\, cm^{-3})^2}$$

$$\phi_i = 1{,}02V$$

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-14}\, As/Vcm \cdot 11{,}9}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\, As \cdot 5 \cdot 10^{17}\, cm^{-3}} 0{,}2V}$$

$$w = 2{,}29 \cdot 10^{-6}\, cm = 22{,}9 \cdot 10^{-6}\, mm = 22{,}9nm$$

b) Sperrstrom: mit $N_D > N_A$

$$I_S = qA\left(\frac{D_p}{w'_n} p_{no} + \frac{D_n}{w'_p} n_{po}\right) = qA\left(\frac{D_p}{w'_n}\frac{1}{N_D} + \frac{D_n}{w'_p}\frac{1}{N_A}\right) n_i^2$$

$$I_S \approx qA \frac{D_n}{w'_p} \frac{1}{N_A} n_i^2$$

$$I_S \approx 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, As \cdot 10^{-8}\, cm^2 \, \frac{21 cm^2 / s}{0{,}2 \cdot 10^{-4}\, cm} \, \frac{1}{5 \cdot 10^{17}\, cm^{-3}} \left(1{,}45 \cdot 10^{10}\, cm^{-3}\right)^2$$

$$I_S \approx 7{,}0 \cdot 10^{-19}\, A$$

c) Durchlassstrom I

$$I = I_S (e^{U_{PN}/\phi_t} - 1) = 7{,}0 \cdot 10^{-19}\, A (e^{\frac{800 mV}{26 mV}} - 1)$$

$$I = 0{,}16 \mu A$$

d) Sperrschicht- und Diffusionskapazität bei U_{PN} = 0,8V

$$C_j = A \frac{\varepsilon_o \varepsilon_{Si}}{w} = 10^{-8}\, cm^2 \, \frac{8{,}854 \cdot 10^{-14}\, As / Vcm \cdot 11{,}9}{2{,}29 \cdot 10^{-6}\, cm}$$

$$C_j = 4{,}6 \cdot 10^{-15}\, F = 4{,}6\, fF$$

$$C_d = \frac{\tau_T}{\phi_t} I_S e^{U_{PN}/\phi_t}$$

$$\tau_T = \tau_n \frac{I_n}{I} + \tau_p \frac{I_p}{I}$$

mit $I_p = qA \frac{D_p}{w'_n} \frac{n_i^2}{N_D}$ $\qquad I_n = qA \frac{D_n}{w'_p} \frac{n_i^2}{N_A}$

und $N_D > N_A$

$$\tau_T \approx \tau_n \qquad \tau_n = \frac{(w'_p)^2}{2 D_n} = \frac{(0{,}2 \cdot 10^{-4}\, cm)^2}{2 \cdot 21 cm^2 / s} = 9{,}5\, ps$$

$$C_d = \frac{9{,}5 \cdot 10^{-12}\, s}{26 \cdot 10^{-3}\, V} 7 \cdot 10^{-19}\, A\, e^{\frac{800 mV}{26 mV}} = 5{,}9\, fF$$

e) Sperrschicht- und Diffusionskapazität bei U_{PN} = 0V

$$C_j = 2\, fF \qquad C_d = 2{,}5 \cdot 10^{-28}\, fF \approx 0$$

Aufgabe 2.7

In einer integrierten Schaltung soll eine Versorgungsleitung durch einen möglichst großen Kondensator gegen Kopplungen unempfindlich gemacht werden. Hierzu wird ein n-Wannen/p-Substrat Übergang (Bild A: 2.7) verwendet.

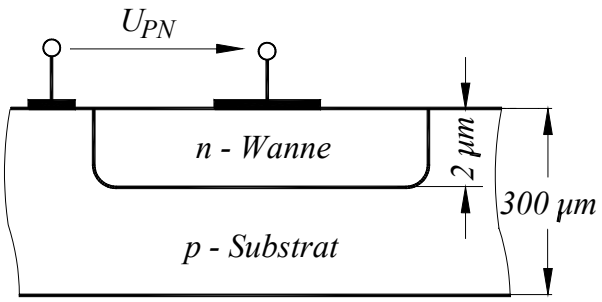


Bild A: 2.7

Daten: $N_D = 5 \cdot 10^{18}$ cm^{-3} ; $N_A = 10^{17}$ cm^{-3} ; $D_p = 12$ cm^2/s ; $D_n = 21$ cm^2/s

$U_{PN} = 0{,}8$ V ; $A = 0{,}1$ mm^2 .

Bestimmen Sie bei Raumtemperatur: Den fließenden Gleichstrom I, sowie die Diffusions- und Sperrschichtkapazität bei $U_{PN} = 0{,}8$ V

Lösung zur Aufgabe 2.7:

a) Gleichstrom $I = I_p + I_n$

$$I = qA\left(\frac{D_p}{w'_n}p_{no} + \frac{D_n}{w'_p}n_{po}\right)\left(e^{U_{PN}/\phi_t} - 1\right)$$

$$I_p = qA\frac{D_n}{w'_p}\frac{n_i^2}{N_A}\left(e^{U_{PN}/\phi_t} - 1\right) \qquad w'_p \approx w_p = 298\mu m \approx 0{,}03cm$$

$$I_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,As\;0{,}1 \cdot 10^{-2}\,cm^2\;\frac{21cm^2/s}{0{,}03cm}\;\frac{(1{,}45 \cdot 10^{10}\,cm^{-3})^2}{10^{17}\,cm^{-3}}\left(e^{\frac{800}{26}} - 1\right)$$

$$I_p = 5{,}43mA$$

$$I_n = qA \frac{D_p}{w'_n} \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{U_{PN}/\phi_t} - 1 \right) \qquad w'_n \approx w_n = 2\mu m$$

$$I_n = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, As\; 0{,}1 \cdot 10^{-2}\, cm^2\, \frac{12 cm^2/s}{2 \cdot 10^{-4}\, cm} \frac{(1{,}45 \cdot 10^{10}\, cm^{-3})^2}{5 \cdot 10^{18}\, cm^{-3}} \left(e^{\frac{800}{26}} - 1 \right)$$

$$I_n = 9{,}3 mA$$

$$I = I_p + I_n = 14{,}7 mA$$

b) Sperrschichtkapazität

$$\phi_i = \phi_t \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 26 mV \ln \frac{10^{17}\, cm^{-3}\, 5 \cdot 10^{18}\, cm^{-3}}{(1{,}45 \cdot 10^{10}\, cm^{-3})^2}$$

$$\phi_i = 0{,}92 V$$

mit $N_D > N_A$

$$w \approx \sqrt{\frac{2\varepsilon_o \varepsilon_{Si}}{q} \frac{1}{N_A} (\phi_i - U_{PN})}$$

$$\approx \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-14}\, As/cm \cdot 11{,}9}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\, As \cdot 10^{17}\, cm^{-3}} 0{,}12 V} = 3{,}9 \cdot 10^{-6}\, cm = 39 nm$$

$$C_j = A \frac{\varepsilon_o \varepsilon_{Si}}{w} = 0{,}1 \cdot 10^{-2}\, cm^2\, \frac{8{,}854 \cdot 10^{-14}\, As/Vcm \cdot 11{,}9}{3{,}9 \cdot 10^{-6}\, cm}$$

$$C_j = 2{,}7 \cdot 10^{-10}\, F = 0{,}27 nf$$

c) Diffusionskapazität

$$C_d = \frac{\tau_T}{\phi_t} I_S e^{U_{PN}/\phi_t} \approx \frac{\tau_T}{\phi_t} I$$

$$\tau_T = \tau_n \frac{I_n}{I} + \tau_p \frac{I_p}{I}$$

$$\tau_n = \frac{(w'_p)^2}{2D_n} = \frac{(0{,}03cm)^2}{2 \cdot 21cm^2 / s} = 21{,}43\mu s$$

$$\tau_p = \frac{(w'_n)^2}{2D_p} = \frac{(2 \cdot 10^{-4} cm)^2}{2 \cdot 12cm^2 / s} = 1{,}66ns$$

$$\tau_T = 21{,}43 \cdot 10^{-6} s \frac{9{,}3 \cdot 10^{-3} A}{14{,}7 \cdot 10^{-3} A} + 1{,}66 \cdot 10^{-9} s \frac{5{,}43 \cdot 10^{-3} A}{14{,}7 \cdot 10^{-3} A}$$

$$\tau_T = 13{,}5\mu s + 0{,}61ns \qquad \text{(vernachlässigbar)}$$

$$\tau_T = 13{,}5\mu s$$

$$C_d = \frac{13{,}5 \cdot 10^{-6} s}{26 \cdot 10^{-3} A} 14{,}7 \cdot 10^{-3} A = 7{,}63\mu F$$

Aufgabe 2.8

Leiten Sie die Beziehung für die Diffusionskapazität bei langen Geometriemaßen, d.h. $w'_n \gg L_p$ und $w'_p \gg L_n$ her. Gehen Sie bei der Herleitung davon aus, dass die Generation und Rekombination in der Raumladungszone vernachlässigbar ist.

Hinweis: Zur Lösung der Aufgabe ist das Studium "Vertiefende Betrachtung zum Experiment" (Kap.1.5) erforderlich.

Lösung zur Aufgabe 2.8:

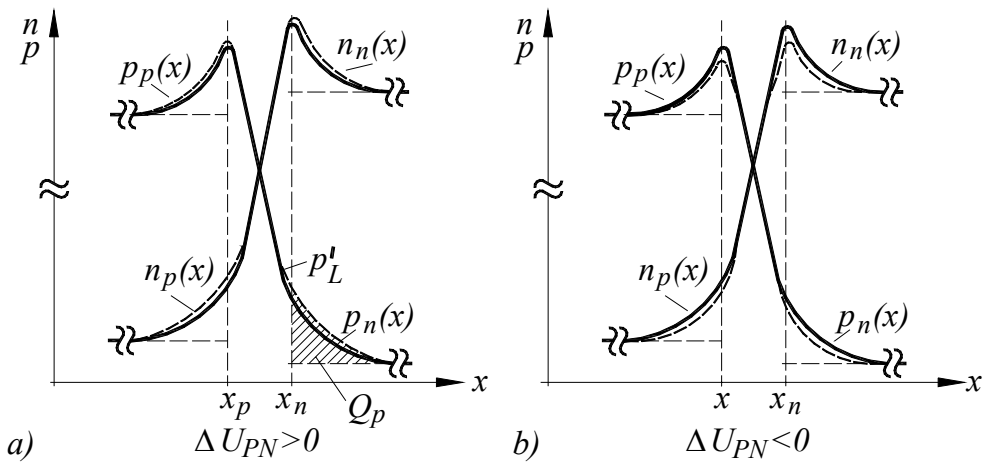


Bild L: 2.8

Um die Diffusionskapazität zu berechnen, muss zuerst die gesamte positive Ladung in dem pn-Übergang bestimmt werden. Diese besteht im n-Gebiet aus injizierten Löchern, deren Verteilung durch Beziehung (1.70)

$$p'_n(x) = p'_L e^{-\frac{(x-x_n)}{L_p}} = p_{no}(e^{U_{PN}/\phi_t} - 1)e^{-\frac{(x-x_n)}{L_p}}$$

beschrieben ist. Durch Integration und Multiplikation mit der Fläche A erhält man die injizierte positive Ladung

$$Q_p = qA\int_{x_n}^{\infty} p'_n(x)dx = qAL_p p_{no}\left(e^{U_{PN}/\phi_t} - 1\right)$$

im n-Gebiet.

Der Löcherstrom $I_p(x_n)$ beträgt aus vorhergehender Ladungsbeziehung

$$I_p(x_n) = -qAD_p \frac{dp'_n}{dx}(x_n) = qA\frac{D_p}{L_p}(e^{U_{PN}/\phi_t} - 1) \quad .$$

Durch Einsetzen dieses Löcherstromes, der eine Folge der Ladung ist, resultiert die einfache Form

$$Q_p = \frac{L_p^2}{D_p} I_p(x_n) = \tau_p I_p(x_n) \quad ,$$

wobei Gleichung (1.69)

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

mit verwendet wurde. Diese Beziehung besagt, dass die injizierte Ladung um so größer ist je größer die **Lebensdauer** und der Strom sind.

Die positive Ladung im p-Gebiet wird durch die Majoritätsträger erzeugt, die aus Neutralitätsgründen innerhalb der dielektrischen Relaxationszeit den Minoritätsträgern in diesem Gebiet folgen. Da die Verteilung der Minoritätsträger bekannt ist und $n'_p(x) = p'_p(x)$ ist, ergibt sich nach einer ähnlichen Herleitung eine Majoritätsträgerladung von

$$Q_p = -Q_n = \tau_n I_n(x_p)$$

im p-Gebiet. Die gesamte positive Ladung im pn-Übergang beträgt damit

$$Q = \tau_n I_n(x_p) + \tau_p I_p(x_n) \quad .$$

Diese kann als Funktion des Gesamtstroms

$$I = I_n(x_p) + I_p(x_n)$$

in der Form

$$Q = \tau_T I$$

ausgedrückt werden. τ_T wird Transitzeit genannt. Sie bestimmt, wie in Abschnitt 2.4.2 gezeigt wurde, maßgeblich das Schaltverhalten des pn-Übergangs. Ihre Abhängigkeit von Strömen und Lebensdauern ergibt sich direkt aus den obigen Beziehungen zu

$$\tau_T = \tau_n \frac{I_n(x_p)}{I} + \tau_p \frac{I_p(x_n)}{I} \quad .$$

Mit

$$\begin{aligned} Q &= \tau_T I \\ &= \tau_T I_S \left(e^{U_{PN}/\phi_t} - 1 \right) \end{aligned}$$

resultiert eine Diffusionskapazität von

$$C_d = \frac{dQ}{dU_{PN}}$$
$$= \frac{\tau_T}{\phi_t} I_S e^{U_{PN}/\phi_t}$$

die mit derjenigen für die kurzen Abmessungen Gl.(2.63) identisch ist. Der physikalische Hintergrund ist jedoch verschieden. Die Transitzeit hängt vielmehr bei langen Abmessungen von den Lebensdauern und somit von den Generations- und Rekombinationsraten der Ladungsträger im Silizium ab.

Kapitel 3

Aufgabe 3.1

In Bild 3.4 ist das Dotierungsprofil eines npn-Transistors dargestellt. Bestimmen Sie daraus in etwa den Transportstrom I_{SS}, den Kollektorstrom I_C bei U_{BE} = 750mV sowie die Stromverstärkungen im normalen und inversen Betrieb.

Daten des Transistors: A = 4µm^2; $D_{PE} \approx$ 12cm^2/s; $D_{nB} \approx$ 25cm^2/s; $D_{pC} \approx$ 14cm^2/s.

Hinweis: Der vergrabene Kollektoranschluss kann als sehr niederohmig betrachtet werden.

Lösung zur Aufgabe 3.1:

$$I_{SS} = \frac{AqD_{nB}n_i^2}{N_{AB}x_B} \approx \frac{4 \cdot 10^{-8}\,cm^2\,1{,}6 \cdot 10^{-19}\,As\,25cm^2/s(1{,}45 \cdot 10^{10}\,cm^{-3})^2}{10^{17}\,cm^{-3} \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-4}\,cm}$$

$$I_{SS} = 1{,}7 \cdot 10^{-17}\,A$$

$$I_C = I_{SS}(e^{U_{BE}/\phi_t} - 1) = 1{,}7 \cdot 10^{-17}\,A\left(e^{\frac{750mV}{26mV}} - 1\right) = 57{,}3\mu A$$

$$B_N = \frac{D_{nE}N_{DE}w_E}{D_{pE}N_{AB}x_B} \approx \frac{25cm^2/s \cdot 10^{19}\,cm^{-3}\,0{,}25\mu m}{12cm^2/s \cdot 10^{17}\,cm^{-3}\,0{,}2\mu m} = 260$$

$$B_I = \frac{D_{nB}N_{DC}w_{EPI}}{D_{pC}N_{AB}x_B} \approx \frac{25cm^2/s \cdot 10^{16}\,cm^{-3}\,0{,}55\mu m}{14cm^2/s \cdot 10^{17}\,cm^{-3}\,0{,}2\mu m} = 0{,}5$$

Vergrabener Kollektor wird in erster Näherung als sehr niederohmiger Kontakt betrachtet.

Aufgabe 3.2

In einem *p*-Wannen CMOS-Prozess wird, wie im Bild gezeigt, ein npn-Transistor realisiert.

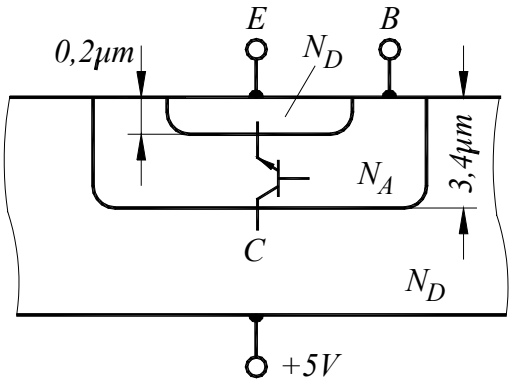


Bild A: 3.2

Die Daten betragen: N_D-Sourcedotierung $5 \cdot 10^{19}$ cm^{-3}, N_A-Wannendotierung 10^{17} cm^{-3}, Emitterfläche $A_E = 10 \cdot 10 \mu m^2$, $D_{nB} = 25$ cm^2/s; $D_{pE} = 8$ cm^2/s. Gesucht werden bei Raumtemperatur: Der Transportstrom I_{SS}, der Kollektorstrom I_C bei $U_{BE} = 700$ mV und die Stromverstärkung B. Zur Vereinfachung kann angenommen werden, dass die Basisweite der metallurgischen Weite von 3,2 μm entspricht.

Lösung zur Aufgabe 3.2:

$$I_{SS} = \frac{AqD_{nB}n_i^2}{N_{AB}x_B} \approx \frac{(10 \cdot 10^{-4}\,cm)^2\, 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,As \cdot 25cm^2/s(1{,}45 \cdot 10^{10}\,cm^{-3})^2}{10^{17}\,cm^{-3} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-4}\,cm}$$

$$I_{SS} = 2{,}63 \cdot 10^{-17}\,A$$

$$I_C = I_{SS}(e^{U_{BE}/\phi_t} - 1) = 2{,}63 \cdot 10^{-17}\,A\left(e^{\frac{700mV}{26mV}} - 1\right)$$

$$I_C = 12{,}95\mu A$$

$$B = \frac{D_{nE}N_{DE}w_E}{D_{pE}N_{AB}x_B} = \frac{25cm^2/s \cdot 5 \cdot 10^{19}\,cm^{-3}\,0{,}2 \cdot 10^{-4}\,cm}{8cm^2/s \cdot 10^{17}\,cm^{-3}\,3{,}2 \cdot 10^{-4}\,cm}$$

$$B = 97{,}5$$

Aufgabe 3.3

Gegeben ist die gezeigte Schaltung, wobei der Transistor die Daten B_N = 200, B_I = 2 und I_{SS} = 10^{-15}A besitzt.

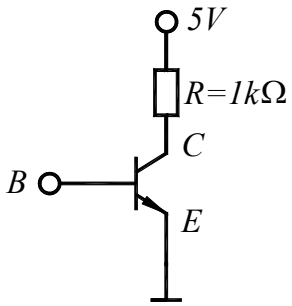


Bild A 3.3:

a) Bei U_{BE} = 0,7V befindet sich der Transistor in Stromsättigung. Berechnen Sie hierfür I_C, I_B und U_{CE}.

b) Der Transistor soll in Spannungssättigung geschaltet werden, wobei U_{CE} auf 100mV sinken soll. Welcher Basisstrom I_B muss dazu eingeprägt werden?

Lösung zur Aufgabe 3.3:

a) Gesucht I_C, I_B und U_{CE}

$$I_C = I_{SS}\left(e^{U_{BE}/\phi_t} - 1\right) = 10^{-15}\,A\left(e^{\frac{700}{26}} - 1\right) = 0{,}5mA$$

$$I_B = I_C / B_N = 0{,}5mA / 200 = 2{,}5\mu A$$

$$U_{CE} = 5V - R \cdot I_C = 5V - 1k\Omega \cdot 0{,}5mA = 4{,}5V$$

b) Gesucht I_B wenn U_{CE} = 100mV betragen soll

$$U_{CEsat} = \phi_t \ln \frac{B_N[I_C + I_B(1 + B_I)]}{B_I[B_N I_B - I_C]}$$

aufgelöst nach I_B

$$I_B = \frac{I_C\left(B_N + e^{U_{CEsat}/\phi_t}\right)}{e^{U_{CEsat}/\phi_t} B_I B_N - B_N\left(1 + B_I\right)}$$

$$I_C = \frac{5V - 0{,}1V}{1k\Omega} = 4{,}9mA$$

$$I_B = \frac{4{,}9 \cdot 10^{-3} A\left(200 + e^{100/26}\right)}{e^{100/26} \cdot 200 \cdot 2 - 200 \cdot 3} = 66.7\mu A$$

$$\frac{I_C}{I_B} = 73{,}4 < B_N$$

Aufgabe 3.4

Der Transistor in der gezeigten Schaltung hat eine Stromverstärkung von $B_N = 100$.

Wie groß sind die Ströme I_B, I_C, I_E und die Ausgangsspannung U_o?

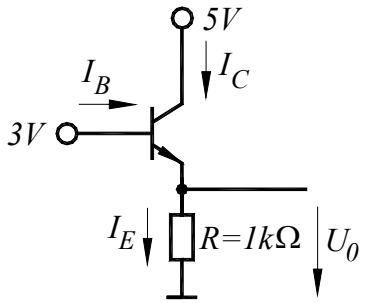


Bild A: 3.4

Lösung zur Aufgabe 3.4

Überschlägig: $U_{BE} \approx 0{,}7\text{V}$ (Schleusenspannung)

$U_0 = 3\text{V} - 0{,}7\text{V} = 2{,}3\text{V}$

Emitterstrom:

$$I_E \approx \frac{2{,}3V}{1k\Omega} = 2{,}3mA$$

$$I_E = I_B + I_C = I_B + I_B B_N$$

Basisstrom:

$$I_B = I_E / (1 + B_N)$$

$$I_B = 2{,}3mA / 101 = 22{,}8\mu A$$

Kollektorstrom: $I_C = B_N I_B = 22{,}8\mu A \cdot 100 = 2{,}28mA$

Genauere Herleitung:

$$U_0 = 3V - U_{BE}$$

$$I_C = I_{SS}\left(e^{U_{BE}/\phi_t} - 1\right) \approx I_{SS} e^{U_{BE}/\phi_t}$$

$$U_{BE} = \phi_t \ln \frac{I_C}{I_{SS}}$$

damit ergibt sich eine Ausgangsspannung von

$$U_0 = 3V - \phi_t \ln \frac{I_C}{I_{SS}}$$

da aber auch

$$U_0 = \left(I_C + I_B\right)R = \left(I_C + I_C / B_N\right)R$$

fließt ein Kollektorstrom von

$$I_C = \frac{U_0}{(1 + 1/B_N)\,R}.$$

Die resultierende Ausgangsspannung beträgt damit

$$U_0 = 3V - \phi_t \ln \frac{\frac{U_0}{(1 + 1/B_N)\,R}}{I_{SS}}.$$

Diese Gleichung ist nur iterativ lösbar.

Aufgabe 3.5

Gegeben ist ein Transistor mit den zur Vereinfachung als homogen angenommenen Dotierungen: $N'_{AB} = 10^{17}\,cm^{-3}$; $N'_{DC} = 10^{16}\,cm^{-3}$; x_B (bei U_{BC} = 0V) = 1μm;

D_{nB} = 18 cm^2/s; A = 10μm^2

Gesucht wird: Die Early-Spannung U_{AN} und die Steigung $dI_C\ /\ dU_{BC}$ des Kollektorstroms bei U_{BC} = 0V und U_{BE} = 0,7V

Lösung zur Aufgabe 3.5

a) Early-Spannung

$$C_{jco} = A\sqrt{\frac{q\varepsilon_o\varepsilon_{si}}{2\left(\frac{1}{N'_{AB}}+\frac{1}{N'_{DC}}\right)\phi_{ic}}} \approx A\sqrt{\frac{q\varepsilon_o\varepsilon_{si}}{2\phi_{ic}\,/\,N'_{DC}}}$$

$$\phi_{ic} = \phi_t \ln\frac{N'_{DC}N'_{AB}}{n_i^2} = 26mV \ln\frac{10^{16}\,cm^{-3}10^{17}\,cm^{-3}}{\left(1{,}45\cdot 10^{10}\,cm^{-3}\right)^2}$$

$$\phi_{ic} = 0{,}76V$$

$$C_{jco} \approx 10\cdot 10^{-8}\,cm^2\sqrt{\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,As\cdot 11{,}9\cdot 8{,}854\cdot 10^{-14}\,As/cm}{2\cdot 0{,}76V\,/\,10^{16}\,cm^{-3}}}$$

$$C_{jco} \approx 3{,}3fF$$

$$Q_{Bo} = qAN'_{AB}x_{Bo} = 1{,}6\cdot 10^{-19}\,As\cdot 10\cdot 10^{-8}\,cm^2\cdot 10^{17}\,cm^{-3}10^{-4}\,cm$$

$$Q_{Bo} = 1{,}6\cdot 10^{-13}\,As$$

$$U_{AN} = Q_{Bo}\,/\,C_{jco} = 1{,}6\cdot 10^{-13}\,As\,/\,3{,}3\cdot 10^{-15}\,As\,/\,V$$

$$U_{AN} = 48{,}5V$$

b) Steigung dI_C/dU_{BC}

$$I_C = \frac{qAD_{nB}n_{Bo}}{x_B}\left(e^{U_{BE}/\phi_t} - 1\right)$$

$$n_{Bo} = \frac{n_i^2}{N'_{AB}} = \frac{(1{,}45\cdot 10^{10})^2\,cm^{-6}}{10^{17}\,cm^{-3}} = 2{,}1\cdot 10^3\,cm^{-3}$$

$$I_C = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,As\,10\cdot 10^{-8}\,cm^2\cdot 18cm^2\,/\,s\cdot 2{,}1\cdot 10^3\,cm^{-3}}{1\cdot 10^{-4}\,cm}\left(e^{700/26} - 1\right)$$

$$I_C = 2{,}98\mu A$$

$$dI_C\,/\,dU_{BC} = -I_{Co}\,/\,U_{AN} = -2{,}98\mu A\,/\,48{,}5V = -6{,}1\cdot 10^{-8}\,A\,/\,V$$

entspricht einem Kleinsignal-Ausgangswiderstand von

$$r_o = 16{,}2M\Omega$$

Aufgabe 3.6

Das Kriterium für den Beginn der Emitterrandverdrängung ist gegeben, wenn der Spannungsabfall in der Basis größer als ϕ_t ist. Bestimmen Sie den Kollektorstrom, bei Raumtemperatur, bei dem die Emitterrandverdrängung bei einem npn-Transistor einsetzt. Die Daten des Transistors sind:

$N'_{AB} = 10^{17}\,cm^{-3}$; $\mu_p = 400 cm^2 / Vs$; $x_B = 1\mu m$; $B_N = 50$; einseitiger Basiskontakt, wie in (Bild 3.2) gezeigt, mit $l_E = 30\mu m$ und $b_E = 20\mu m$.

Zur Vereinfachung wurden homogene Dotierungen angegeben.

Lösung zur Aufgabe 3.6

Kriterium für den Beginn der Emitterrandverdrängung:

$$I_B \cdot R_B \approx \phi_t$$

$$R_B \approx \frac{\rho_B}{3x_B}\frac{b_E}{L_E};$$

$$\rho_B = \frac{1}{q(\mu_p p + \mu_n n)} \approx \frac{1}{q\mu_p p} = \frac{1}{q\mu_p N'_{AB}}$$

$$R_B \approx \frac{1}{q\mu_p N'_{AB} \cdot 3 \cdot x_B}\frac{b_E}{L_E}$$

$$\approx \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,As \cdot 0{,}4 \cdot 10^3\,\frac{cm^2}{V \cdot s} \cdot 10^{17}\,cm^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-4}\,cm}\,\frac{20 \cdot 10^{-4}\,cm}{30 \cdot 10^{-4}\,cm}$$

$$\approx 347\Omega \quad \text{(relativ groß; } L_E \text{ vergrößern)}$$

$$I_B \cdot R_B \approx \phi_t = 26mV;\ I_B = \frac{26mV}{347\Omega} = 75\mu A$$

somit Beginn der Emitterrandverdrängung bei einem Kollektorstrom von

$$I_C = B_N \cdot I_B = 50 \cdot 75\mu A = 3{,}75mA$$

Aufgabe 3.7

Bei dem als Diode verknüpften Transistor wird bei einem Strom von I = 80mA eine Spannung von U_{PN} = 0,975 V gemessen. Wie groß sind die Widerstände R_S (Gl.3.88) und R_B? Daten des Transistors: $B_N = 150$; $I_{SS} = 10^{-16}$A¸ $R_E \approx 0\Omega$

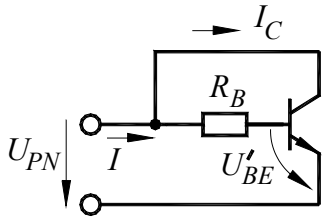


Bild A: 3.7

Lösung zur Aufgabe 3.7

$$I \approx I_C \approx I_{SS} e^{U'_{BE}/\phi_t}$$

$$U'_{BE} = \phi_t \ln \frac{I}{I_{SS}} = 26mV \ln \frac{80 \cdot 10^{-3} A}{10^{-16} A} = 0{,}892V$$

$$U_{PN} = U'_{BE} + I \frac{R_B}{1 + B_N} = U'_{BE} + IR_S$$

$$IR_S = U_{PN} - U'_{BE} = 0{,}975V - 0{,}892V = 0{,}083V$$

$$R_S = \frac{0{,}083V}{80 \cdot 10^{-3} A} = 1{,}04\Omega$$

$$R_S = \frac{R_B}{1 + B_N} \text{ d.h. } R_B = R_S (1 + B_N) = 157\Omega$$

Aufgabe 3.8

Bei einem npn-Transistor in Emitterschaltung und wechselspannungsmäßig kurzgeschlossenem Ausgang (Bild 3.42) wurden bei 1GHz die folgenden Kleinsignal-Stromverstärkungen gemessen:

$|\beta(j\omega)| = 40$ bei $I_C = 1$mA und $|\beta(j\omega)| = 48$ bei $I_C = 3$mA. Die gemessene Kleinsignal-Kapazität C_{jc} beträgt 35 fF. Bestimmen Sie aus den Angaben die Sperrschichtkapazität C_{je} und die Transitzeit τ_N. Dabei wird vorausgesetzt, dass starke Injektion noch nicht auftritt und C_{je} und τ_N konstant bleiben.

Bei der Lösung der Aufgabe ist Folgendes zu beachten:

Im Frequenzbereich $\frac{\omega}{\omega_\beta} = \frac{f}{f_\beta} \gg 1$ ergibt sich eine Verstärkung bei der Frequenz f_m Gl.(3.115) von

$$|\beta(jf_m)| = \beta_N \frac{f_\beta}{f_m} \ .$$

Bei der Transitfrequenz resultiert hieraus

$$|\beta(jf_T)| = 1 = \beta_N \frac{f_\beta}{f_T} \ .$$

Damit ergibt sich aus dem Verhältnis der Verstärkungen bei verschiedenen Frequenzen

$$\frac{|\beta(jf_m)|}{|\beta(jf_T)|} = |\beta(jf_m)| = \frac{f_T}{f_m} \ ,$$

der Zusammenhang

$$f_T = |\beta(jf_m)| \cdot f_m \ .$$

Lösung zur Aufgabe 3.8

Gesucht Transitfrequenz f_T aus den indirekten Messungen

$$f_T = |\beta(jf_m)| f_m$$

$$f_{T1} = 10^9 1/s \cdot 40 = 40 \cdot 10^9 1/s \text{ bei } I_C = 1mA$$

$$f_{T2} = 10^9 1/s \cdot 48 = 48 \cdot 10^9 1/s \text{ bei } I_C = 3mA$$

Aus Beziehung (3.118)

$$\tau_N = 1/\omega_T - \frac{\phi_t}{I_C}\left(C_{je} + C_{jc}\right)$$

$$\tau_N = \frac{1}{2\pi f_T} - \frac{\phi_t}{I_C}\left(C_{je} + C_{jc}\right)$$

I.) $$\tau_N = \frac{1}{2\pi \cdot 40 \cdot 10^9 1/s} - \frac{26 \cdot 10^{-3} V}{10^{-3} A}\left[C_{je} + 35 \cdot 10^{-15} As/V\right]$$

II.) $$\tau_N = \frac{1}{2\pi \cdot 48 \cdot 10^9 1/s} - \frac{26 \cdot 10^{-3} V}{3 \cdot 10^{-3} A}\left[C_{je} + 35 \cdot 10^{-15} As/V\right]$$

Annahme: Bei Stromänderung von 1mA auf 3mA sollen C_{je}, C_{jc} und τ_N unverändert bleiben.

damit gilt:

I.-II.)
$$0 = 3{,}98 \cdot 10^{-12} s - 26V/A\,(C_{je} + 35 \cdot 10^{-15} As/V)$$
$$-3{,}32 \cdot 10^{-12} s + 8{,}66V/A\,(C_{je} + 35 \cdot 10^{-15} As/V)$$

nach C_{je} aufgelöst ergibt:

$$C_{je} = 2{,}88\,fF$$

Überprüfung der Annahme C_{je} = konst.

$$I_C \approx I_{SS} e^{U_{BE}/\phi_t}$$

$$\frac{I_{C2}}{I_{C1}} \approx \frac{e^{U_{BE,2}/\phi_t}}{e^{U_{BE,1}/\phi_t}}$$

$$\ln\frac{I_{C2}}{I_{C1}} = \frac{1}{\phi_t}\left(U_{BE,2} - U_{BE,1}\right) = \frac{\Delta U_{BE}}{\phi_t}$$

Änderung der Basisspannung die auftritt:

$$\Delta U_{BE} = 26mV \ln \frac{3mA}{1mA} = 28{,}6mV$$

Diese Spannungsänderung kann als geringer Einfluss auf die Sperrschichtkapazität C_{je} betrachtet werden.

Aufgabe 3.9

Bestimmen Sie die Ausgangsspannung u_o des gezeigten Verstärkers bei niedrigen Frequenzen, wenn die Eingangsspannung u_i = 50μV beträgt. Daten des Transistors: $R_B \sim 0\Omega$; U_{AN} = 25V. Wovon würde die Verstärkung abhängen, wenn R einen Wert von unendlich hätte?

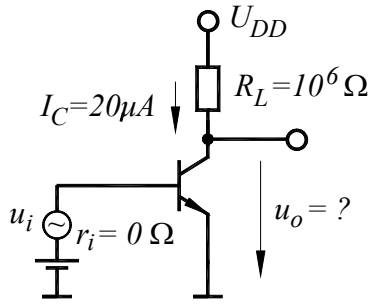


Bild A: 3.9

Lösung zur Aufgabe 3.9:

Bei niedrigen Frequenzen können Kapazitäten vernachlässigt werden.

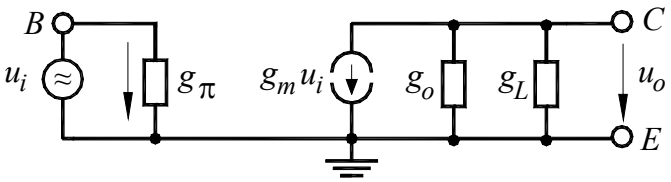


Bild L 3.9:

$$u_o = -g_m u_i \frac{1}{g_o + g_L}$$

$$g_o = \frac{I_C}{U_{AN}} = \frac{20 \cdot 10^{-6} A}{25V} = 0{,}8 \cdot 10^{-6} 1/\Omega$$

$$g_L = 1/R_L = 10^{-6} 1/\Omega$$

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{g_m}{g_o + g_L} = \frac{I_C / \phi_t}{g_o + g_L}$$

$$= \frac{20 \cdot 10^{-6}\, A}{26 \cdot 10^{-3}\, V\,(0{,}8 + 1{,}0)\, 10^{-6}\, A / V} = 427$$

$$u_o = u_i \cdot 427 = 50\,\mu V \cdot 427 = 21{,}3\,mV$$

mit: $R_L = \infty$ d.h. $g_L = 0$ ist $\frac{u_o}{u_i}$ unabhängig von I_C

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{g_m}{g_o} = \frac{I_C / \phi_t}{I_C / U_{AN}} = \frac{U_{AN}}{\phi_t} \quad !$$

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{25V}{26mV} = 961$$

Diese Verstärkung wird intrinsische Transistorverstärkung genannt.

Aufgabe 3.10

Leiten Sie aus dem Kleinsignal-Ersatzschaltbild (Bild 3.42b) das Verhältnis der Kleinsignalströme i_o / i_b, wie es durch Beziehung (3.110) beschrieben ist, ab.

Lösung zur Aufgabe 3.10:

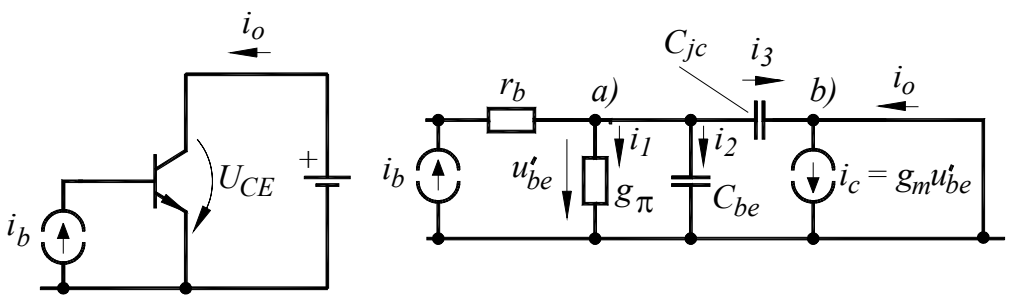


Bild L 3.10:

am Knoten a) $\quad i_b = i_1 + i_2 + i_3$

I) $\quad i_b = u'_{be}(g_\pi + j\omega C_{be} + j\omega C_{je})$

am Knoten b) $\quad i_3 + i_o - i_C = 0$

II) $\quad u'_{be} j\omega C_{jC} + i_o - u'_{be} g_m = 0$

hieraus:

$$u'_{be} = -\frac{i_o}{j\omega C_{jC} - g_m}$$

dies in I) eingesetzt ergibt:

$$\frac{i_o}{i_b} = \frac{\frac{g_m}{g_\pi}\left(1 - \frac{j\omega C_{jc}}{g_m}\right)}{1 + \frac{j\omega}{g_\pi}(C_{be} + C_{je})}$$

mit $$g_\pi = \frac{g_m}{\beta_N}$$

$$\frac{i_o}{i_b} = \frac{\beta_N (1 - \frac{j\omega C_{jc}}{g_m})}{1 + \frac{j\omega}{g_m} \beta_N (C_{be} + C_{jc})}$$

$$\frac{i_o}{i_b} = \beta_N \frac{(1 - j\frac{\omega}{\omega_z})}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_\beta})}$$

mit Nullstellenkreisfrequenz

$$\omega_z = \frac{g_m}{C_{jc}}$$

und Polstellenkreisfrequenz

$$\omega_\beta = \frac{g_m}{\beta_N (C_{be} + C_{jc})} \quad .$$

Kapitel 4

Aufgabe 4.1

Bei der MOS-Struktur setzt starke Inversion ein, wenn die Elektronenkonzentration an der Halbleiteroberfläche n_s gleich der der Substratdotierung N_A ist. Die Oberflächenspannung ϕ_S hat dabei den Wert ϕ_S (SI) und bleibt auch bei größerer Gatespannung und Inversionsschichtladung näherungsweise konstant.

Skizzieren Sie für diesen Fall das Bänderdiagramm und weisen Sie nach, dass sich der Wert der Oberflächenspannung nur noch um ca. 60mV ändert, wenn n_s um den Faktor 10 zunimmt.

Lösung zur Aufgabe 4.1

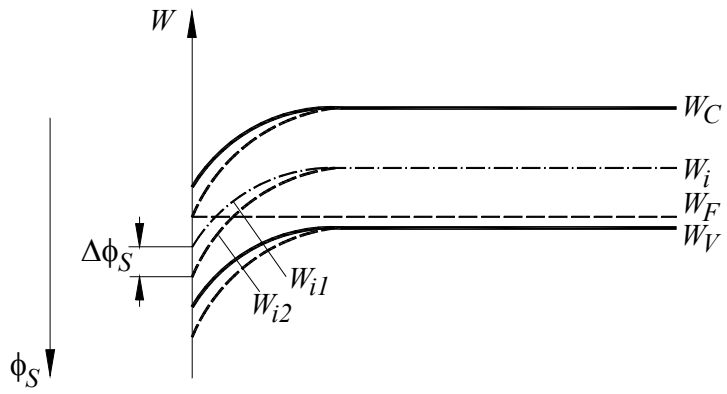


Bild L 4.1:

$$n_{S,1} \mathrel{\hat{=}} N_A = n_i e^{\frac{W_F - W_{i1}}{kT}}$$

$$n_{S,2} \mathrel{\hat{=}} 10 N_A = n_i e^{\frac{W_F - W_{i2}}{kT}}$$

$$\frac{n_{S,2}}{n_{S,1}} = 10 = \frac{n_i e^{\frac{W_F - W_{i2}}{kT}}}{n_i e^{\frac{W_F - W_{i1}}{kT}}}$$

$$\ln 10 = \frac{-W_{i2} + W_{i1}}{kT}$$

$$\Delta\phi_S = \frac{W_{i2} - W_{i1}}{-q} = \frac{kT}{q} \ln 10 = 26mV \cdot \ln 10 = 59{,}8mV$$

Aufgabe 4.2

Nachfolgend ist die Kleinsignalkapazität einer *n*-Kanal MOS-Struktur in Abhängigkeit von der Gatespannung für mittlere Frequenzen dargestellt. Das Si-Substrat sei mit $N_A = 10^{16}$ cm^{-3} dotiert.

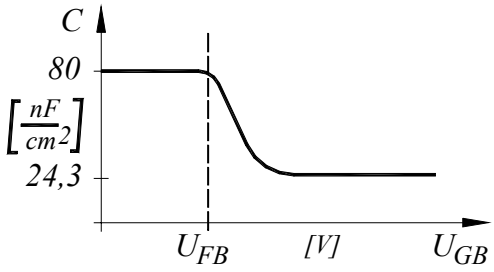


Bild A: 4.2

a) Wie groß ist die Weite der Verarmungszone bei Inversion?

b) Berechnen Sie die Oberflächenspannung bei Beginn von starker Inversion.

c) Wie groß ist die Einsatzspannung des Transistors, wenn die Flachbandspannung U_{FB} = - 0,1 V beträgt und U_{SB} = 0 V ist?

d) Wie groß ist die Einsatzspannung bei U_{SB} = 5 V?

Lösung zur Aufgabe 4.2:

a) Weite der Raumladungszone bei Inversion

$$C'_i = \left(\frac{1}{C'_j} + \frac{1}{C'_{ox}} \right)^{-1} = 24{,}3 nf / cm^2$$

$$C_j = \frac{1}{1/C'_i - 1/C'_{ox}} = \frac{1}{1/24{,}3 - 1/80} = 34{,}9 nf / cm^2$$

$$x_d = \frac{\varepsilon_o \varepsilon_{Si}}{C'_j} = \frac{8{,}86 \cdot 10^{-14} \frac{As}{V \cdot cm} \cdot 11{,}9}{34 \cdot 10^{-9} \frac{As}{V \cdot cm^2}} = 0{,}3 \mu m$$

b) Oberflächenspannung bei starker Inversion

Ladung in der Raumladungszone

$$\sigma_d = -qN_A x_d = -\sqrt{qN_A 2\varepsilon_o \varepsilon_{Si} \phi_S (SI)}$$

$$\phi_S (SI) = \frac{qN_A x_d^2}{2\varepsilon_o \varepsilon_{Si}}$$

$$\phi_S (SI) = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\, As \cdot 10^{16}\, cm^{-3} (0{,}3 \cdot 10^{-4}\, cm)^2}{2 \cdot 11{,}9 \cdot 8{,}86 \cdot 10^{-14} \frac{As}{V \cdot cm}}$$

$$\boxed{\phi_S (SI) = 0{,}7V}$$

alternativer Rechengang

$$\phi_F = \phi_t \ln \frac{N_A}{n_i} = 26mV \ln \frac{10^{16}\, cm^{-3}}{1{,}45 \cdot 10^{10}} = 0{,}35V$$

$$\phi_S (SI) = 2\phi_F = 0{,}7V$$

c) Einsatzspannung des Transistors

$$U_{Ton} = U_{FB} + 2\phi_F + \frac{1}{C'_{ox}} \sqrt{qN_A 2\varepsilon_{Si} \varepsilon_o 2\phi_F}$$

$$\boxed{U_{Ton} = 1{,}21V}$$

$$U_{Tn} = U_{Ton} + \gamma(\sqrt{2\phi_F + U_{SB}} - \sqrt{2\phi_F})$$

$$\gamma = \frac{1}{C'_{ox}} \sqrt{qN_A 2\varepsilon_o \varepsilon_{Si}} = 0{,}73\sqrt{V}$$

$$U_{Tn} = 1{,}21V + 0{,}73\sqrt{V}\left[\sqrt{0{,}7V + 5V} - \sqrt{0{,}7V}\right]$$

$$\boxed{U_{Tn} = 2{,}34V}$$

Aufgabe 4.3

Dargestellt ist eine Ein-Transistor Zelle. Die n^+-Polyseite der Kapazität kann auf 1,8 V bzw. 0 V aufgeladen werden. Dadurch ist es möglich, dass ein unerlaubt großer Leckstrom durch den gezeigten parasitären *n*-Kanal Transistor fließt.

Bestimmen Sie:

a) Die "worst case" Spannungskonstellation, b) die Einsatzspannung des parasitären Transistors bei d_{ox} = 7 nm (oxid collar) sowie wenn c) d_{ox} auf 30 nm vergrößert wird und d) eine Spannung von – 1 V an die *p*-Wanne (*p*-Well) gelegt wird.

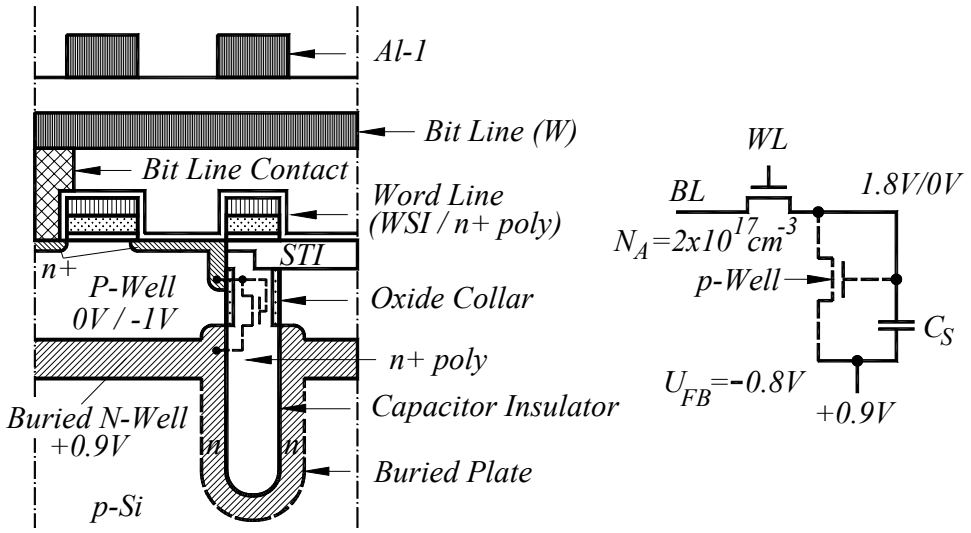


Bild A: 4.3

Lösung zur Aufgabe 4.3

a) d_{ox} = 7nm; 0V am p-well

$$2\phi_F = 2\phi_t \ln\frac{N_A}{n_i} = 2 \cdot 26mV \ln\frac{2 \cdot 10^{17}\,cm^{-3}}{1{,}45 \cdot 10^{-10}\,cm^{-3}} = 885mV$$

$$C'_{ox} = \frac{\varepsilon_o \varepsilon_{ox}}{d_{ox}} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-14}\,\frac{As}{V \cdot cm} \cdot 3{,}9}{7 \cdot 10^{-7}\,cm} = 493 \cdot 10^{-9}\,\frac{F}{cm^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{C'_{ox}} \sqrt{qN_A 2\varepsilon_o \varepsilon_{Si}}$$

$$= \frac{1}{493 \cdot 10^{-9}\, F/cm^2} \sqrt{1{,}6 \cdot 10^{-19}\, As \cdot 2 \cdot 10^{17}\, cm^{-3} \cdot 2 \cdot 11{,}9 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14}\, \frac{As}{cm}}$$

$$\gamma = 0{,}526\sqrt{V}$$

worst case:

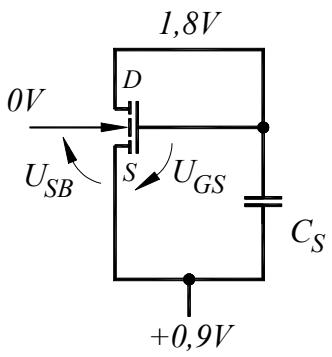


Bild L 4.3

$$U_{Tn} = U_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F + U_{SB}}$$

$$= -0{,}8V + 0{,}855V + 0{,}526\sqrt{V}\sqrt{0{,}885V + 0{,}9V} =$$

$$\boxed{U_{Tn} = 0{,}758V}$$

b) $d_{ox} = 30nm$

$$U_{Tn} = -0{,}8V + 0{,}855V + \frac{30}{7} 0{,}526\sqrt{V}\sqrt{0{,}885V + 0{,}9V} =$$

$$\boxed{U_{Tn} = 3{,}07V}$$

c) zusätzlich U_{SB} = 1,9V

$$\boxed{U_{Tn} = 3{,}82V}$$

Aufgabe 4.4

Gesucht wird die Einsatzspannung des gezeigten Feldoxidtransistors, der in Kapitel 4.3.3 näher beschrieben wurde. Bestimmen Sie die Einsatzspannung U_{FT} des Transistors wenn die BPSG-Schicht und das Feldoxid (FOX) zusammen 100 nm bzw. 200 nm betragen. Welchen Wert nimmt die Einsatzspannung für die genannten beiden Fälle an, wenn eine Source-Bulkspannung von U_{SB} = 1,0 V verwendet wird?

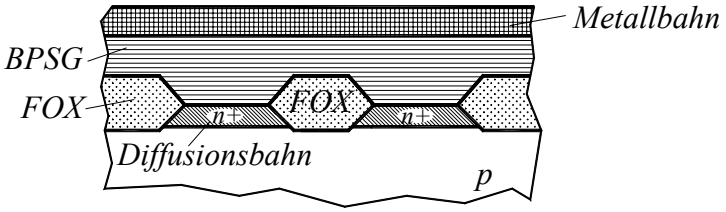


Bild A: 4.4

Die wirksame Dielektrizitätskonstante der Doppelschicht beträgt $\varepsilon_r \approx 4{,}1$. Die Substratdotierung hat einen Wert von $N_A = 10^{17}\,cm^{-3}$. Die Flachbandspannung liegt bei $U_{FB} = -0{,}4V$.

Lösung zur Aufgabe 4.4

$$U_{FT} = U_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F}\,;\ \gamma = \frac{1}{C'_{ox}}\sqrt{qN_A 2\varepsilon_o \varepsilon_{Si}}$$

$$C'_{ox} = \frac{\varepsilon_o \varepsilon_{ox}}{d_{ox}} = \frac{8{,}85\cdot 10^{-14}\,\frac{As}{V\cdot cm}\cdot 4{,}1}{100\cdot 10^{-7}\,cm} = 36{,}3\,\frac{nF}{cm^2}$$

$$2\phi_F = 2\phi_t \ln\frac{N_A}{n_i} = 2\cdot 26mV \ln\frac{10^{17}\,cm^{-3}}{1{,}45\cdot 10^{10}\,cm^{-3}} = 0{,}88V$$

$$\gamma = \frac{1}{36{,}3\cdot 10^{-9}\,\frac{As}{V\cdot cm^2}}\sqrt{1{,}6\cdot 10^{-19}\,As\cdot 10^{17}\,cm^{-3}\cdot 2\cdot 11{,}9\cdot 8{,}85\cdot 10^{-14}\,\frac{As}{V\cdot cm}}$$

$$\gamma = 5{,}05\sqrt{V}$$

Fall 1) $U_{FT}\left(U_{SB} = 0V\right) = -0{,}4V + 0{,}88V + 5{,}05\sqrt{V}\sqrt{0{,}88V}$

$$\boxed{U_{FT}\left(U_{SB} = 0V\right) = 5{,}22V}$$

Fall 2) $d_{ox} = 200nm \qquad \gamma = 5{,}05\sqrt{V}\,\frac{200nm}{100nm} = 10{,}1\sqrt{V}$

$$U_{FT}\left(U_{SB} = 0V\right) = -0{,}4V + 0{,}88V + 10{,}1\sqrt{V}\sqrt{0{,}88V}\,1$$

$$\boxed{U_{FT}\left(U_{SB} = 0V\right) = 9{,}95V}$$

mit $U_{SB} = 1V$

Fall 1)

$$U_{FT} = U_{FTo} + \gamma\left[\sqrt{2\phi_F + U_{SB}} - \sqrt{2\phi_F}\right]$$
$$= 5{,}22V + 5{,}05\sqrt{V}\left[\sqrt{0{,}88V + 1{,}0V} - \sqrt{0{,}88V}\right]$$

$$\boxed{U_{FT} = 7{,}41V}$$

Fall 2) $\boxed{U_{FT} = 14{,}32V}$

Aufgabe 4.5

a) Bestimmen Sie bei Raumtemperatur die Einsatzspannung des dargestellten MOS-Transistors mit d_{ox} = 9,5 nm.

b) b) Bestimmen Sie die Einsatzspannungsschwankung ebenfalls bei Raumtemperatur, wenn die Oxiddicke in der Fertigung zwischen 9,5 nm und 10,5 nm schwankt.

c) c) Erwarten Sie eine Einsatzspannungsreduzierung infolge der kurzen Kanallänge (Bestimmen Sie die Weite der Raumladungszone)?

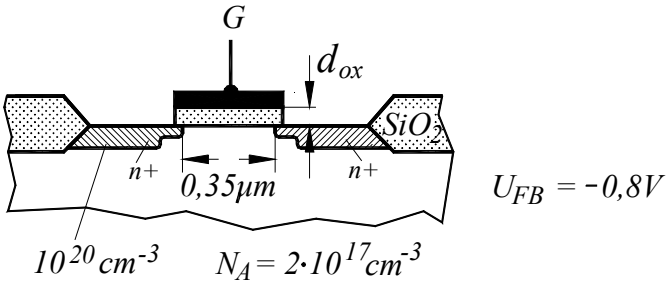


Bild A: 4.5

Lösung zur Aufgabe 4.5

$$U_{Ton} = U_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F}\,; \qquad \gamma = \frac{1}{C'_{ox}}\sqrt{qN_A 2\varepsilon_o}\,\varepsilon_{Si}$$

$$C'_{ox} = \frac{\varepsilon_o \varepsilon_{ox}}{d_{ox}} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-14}\,\frac{As}{V \cdot cm} \cdot 3{,}9}{9{,}5 \cdot 10^{-7}\,cm} = 363 \cdot 10^{-9}\,\frac{F}{cm^3}$$

$$\gamma = \frac{1}{363 \cdot 10^{-9}\,\frac{As}{V \cdot cm^2}}\sqrt{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,As \cdot 2 \cdot 10^{17}\,cm^{-3} \cdot 2 \cdot 11{,}9 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14}\,\frac{As}{V \cdot cm}}$$

$$\boxed{\gamma = 0{,}715V}$$

$$2\phi_F = 2\phi_t \ln\frac{N_A}{n_i} = 2 \cdot 26mV \ln\frac{2 \cdot 10^{17}\,cm^{-3}}{1{,}45 \cdot 10^{10}\,cm^{-3}} = 0{,}854V$$

a) $U_{Ton} = -0{,}8V + 0{,}854V + 0{,}715\sqrt{V}\,\sqrt{0{,}854V}$

$$\boxed{U_{Ton} = 0{,}714V}$$

b)

$$\Delta U_{Ton} = \sqrt{2\phi_F}\left(\gamma_1 - \gamma_2\right) = \sqrt{2\phi_F}\sqrt{qN_A 2\varepsilon_o\varepsilon_{Si}}\,\frac{1}{\varepsilon_o\varepsilon_{ox}}\left(d_{ox1} - d_{ox2}\right)$$

$$= \sqrt{2\phi_F}\sqrt{\frac{qN_A 2\varepsilon_{Si}}{\varepsilon_o\varepsilon_{ox}^2}}\left(d_{ox1} - d_{ox2}\right)$$

$$= \sqrt{0{,}854V}\sqrt{\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,As\cdot 2\cdot 10^{17}\,cm^{-3}\cdot 2\cdot 11{,}9}{(3{,}9)^2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-14}\,\frac{As}{V\cdot cm}}}\,(10{,}5 - 9{,}5)\cdot 10^{-7}\,cm$$

$$\boxed{\Delta U_{Ton} = 69{,}5mV}$$

c) Roll-down?

$$w = \sqrt{\frac{2\varepsilon_o\varepsilon_{Si}}{q}\frac{1}{N_A}\phi_i}\;;\;\phi_i = \phi_t\ln\frac{N_A N_D}{n_i^2} = 1{,}08V$$

$$w = \sqrt{\frac{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-14}\,\frac{As}{V\cdot cm}\cdot 11{,}9}{1{,}6\cdot 10^{-19}\,As\cdot 2\cdot 10^{17}\,cm^{-3}}\cdot 1{,}03V} \approx 0{,}1\mu m$$

Die metallurgische Kanallänge hat einen Wert von 0,35µm, wodurch die effektive Kanallänge nur noch 0,15µm beträgt. D.h. roll-down ist gerade noch vernachlässigbar.

Aufgabe 4.6

Ein n-Kanal-Transistor mit w/l = 1,5; d_{ox} = 5 nm; ε_{ox} = 3,9; μ_n = 600 cm^2/Vs und U_{SB} = 0 V wird als steuerbarer Widerstand eingesetzt.

a) Um wieviel muss die Gatespannung größer als die Einsatzspannung sein, damit für sehr kleine Drain-Sourcespannungen ($U_{DS} \rightarrow 0$) ein Widerstand von 2,5 kΩ zwischen den Drain-Sourceklemmen des Transistors messbar wird?

b) Wie groß ist für diesen Widerstand die Elektronendichte σ_n der Inversionsschicht?

Lösung zur Aufgabe 4.6:

$$I_{DS} = \beta_n \left[\left(U_{GS} - U_{Tn}\right) U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right]; \beta_n = \mu_n C'_{ox} \frac{w}{l}$$

$$R = \frac{U_{DS}}{I_{DS}} = \frac{1}{\beta_n (U_{GS} - U_{Tn} - \frac{U_{DS}}{2})}$$

$$R\big|_{U_{DS} \to 0V} = \frac{1}{\beta_n (U_{GS} - U_{Tn})}$$

overdrive

$$U_{GS} - U_{Tn} = \frac{1}{\beta_n R} = \frac{1}{\mu_n \frac{\varepsilon_o \varepsilon_{ox}}{d_{ox}} \frac{w}{l} R}$$

$$= \frac{1}{600 \frac{cm^2}{V \cdot s} \frac{3{,}9 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-14} \frac{As}{V \cdot cm}}{5 \cdot 10^{-7}\, cm} 1{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 10^3 V / A}$$

$$\boxed{U_{GS} - U_{Tn} = 0{,}64V}$$

$\sigma_n = -C'_{ox} \left(U_{GS} - U_{Tn} - \phi_K(x)\right)$ bei $U_{DS} \sim 0$ ist auch $\phi_K \sim 0$

$$\sigma_n = -C'_{ox} (U_{GS} - U_{Tn}) = -\frac{3{,}9 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-14} \frac{As}{V \cdot cm}}{5 \cdot 10^{-7}\, cm} = 0{,}64V$$

$$\boxed{\sigma_n = 4{,}42 \cdot 10^{-7} \frac{As}{cm^2}}$$

zum Vergleich Grenzflächenzustände: $\sigma_{SS} = 10^{-10} \frac{As}{cm^2}$

Aufgabe 4.7

Durch einen *n*-Kanal-Transistor mit k_n = 120 μA/V^2, *w/l* = 5 und U_{Ton} = 0,5 V fließt ein Strom von 300 μA. Die Gate-Sourcespannung beträgt 3 V. Wie groß ist die Drain-Sourcespannung?

Lösung zur Aufgabe 4.7:

Annahme:

Sättigung $$I_{DS} = \frac{\beta_n}{2}\left(U_{GS} - U_{Tn}\right)^2$$

$$I_{DS} = 120 \cdot 10^{-6}\,\frac{A}{V^2} \cdot 5 \cdot (2{,}5V)^2 = 3{,}75mA$$

d.h. Transistor muss im Widerstandsbereich sein. Dies muß so sein, denn in Sättigung ist der Strom unabhängig von der U_{DS}-Spannung (Effekte zweiter Ordnung vernachlässigt)

$$I_{DS} = \beta_n\left[\left(U_{GS} - U_{Tn}\right)U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2}\right]$$

$$U_{DS} = \frac{2(U_{GS} - U_{Tn}) \pm \sqrt{4(U_{GS} - U_{Tn})^2 - \frac{8I_{DS}}{\beta_n}}}{2}$$

$$U_{DS} = \frac{2 \cdot 2{,}5V \pm \sqrt{4 \cdot 6{,}25V^2 - \frac{8 \cdot 300\mu A}{120\,\frac{\mu A}{V^2} \cdot 5}}}{2}$$

$$U_{DS} = 4{,}79V \quad \text{bzw.} \quad 0{,}21V$$

Mit $U_{DS} > U_{GS} - U_{Tn}$ würde 4,79V Sättigung bedeuten. Somit beträgt

$\boxed{U_{DS} = 0{,}21V}$.

Aufgabe 4.8

In dem gezeigten Bild ist ein MOS-Transistor als sog. MOS-Diode verschaltet. Wie groß ist die Spannung zwischen Drain und Source bei Raumtemperatur (300 K), wenn

a) $w/l = 5$;

b) $w/l = 500$ und

c) $w/l \gg 500$ ist?

Transistordaten: $k_n = 120\ \mu A/V^2$; $U_{Ton} = 0{,}8$ V; $n = 2$

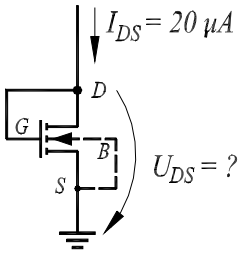


Bild A: 4.8

Lösung zur Aufgabe 4.8:

$$I_{DS} = k_n \frac{w}{l}(n-1)(\phi_t)^2 e^{(U_{GS}-U_{Tn})/n\phi_t}$$

für $U_{GS} \le U_{Tn}$

d.h. Übergang von Sättigung in den Unterschwellstrom-Bereich ist gegeben, wenn $U_{GS} = U_{Tn}$ ist.

$$\boxed{I_{DS} = k_n \frac{w}{l}(n-1)(\phi_t)^2}$$

Dies gilt somit ab einer Geometrie von:

$$(w/l) \ge \frac{I_{DS}}{k_n (n-1)(\phi_t)^2} = \frac{20 \cdot 10^{-6}\ A}{120 \cdot 10^{-6}\ \frac{A}{V^2} \cdot 1 \cdot (26 \cdot 10^{-3}\ V)^2}$$

$$\boxed{\ge 246{,}5}$$

a) $\frac{w}{l} = 5$ Transistor in Sättigung $I_{DS} = \frac{k_n}{2}\frac{w}{l}(U_{DS} - U_{Tn})^2$

$$U_{DS} = \sqrt{\frac{2I_{DS}}{k_n \frac{w}{l}}} + U_{Ton} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 10^{-6} A}{120 \cdot 10^{-6} \frac{A}{V^2} \cdot 5}} + 0{,}8V$$

$$\boxed{U_{DS} = 1{,}06V}$$

b) $\frac{w}{l} = 500$ Transistor im Unterschwellstrombereich

$$U_{DS} = U_{GS} = n\phi_t \ln \frac{I_{DS}}{k_n \frac{w}{l}(n-1)\phi_t^2} + U_{Tn}$$

$$= 2 \cdot 26 \cdot 10^{-3} V \ln \frac{20 \cdot 10^{-6} A}{120 \cdot 10^{-6} \frac{A}{V^2} \cdot 500(26 \cdot 10^{-3} V)^2} + 0{,}8V$$

$$\boxed{U_{DS} = 0{,}763V}$$

c) $\frac{w}{l} >> 500$

$$U_{DS} = \phi_t \ln \frac{I_{DS}}{k_n (\frac{w}{l})\big|_{\to\infty} (n-1)\phi_t^2} + U_{Tn}$$

d.h. $U_{DS} = 0V$

nach Theorie 1. Ordnung: U_{Tn} hat Schaltfunktion

$$U_{DS} = \sqrt{\frac{2I_{DS}}{k_n (\frac{w}{l})}} + U_{Ton}$$

mit $w/l >> 500$

$U_{DS} = U_{Ton}$ falsch

Nur gut für Betrachtung kurzer Auf- bzw. Entladevorgänge

Aufgabe 4.9

Bestimmen Sie den I_{DS}-Strom bei Raumtemperatur (300 K) ab dem der gezeigte Transistor in den Unterschwellstrombereich gelangt.

k_n = 120 μA/V^2; w/l = 15; n = 2; U_{Ton} = 0,6 V

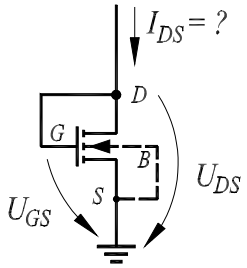


Bild A: 4.9

Lösung zur Aufgabe 4.9:

$$I_{DS} = k_n \frac{w}{l}(n-1)\phi_t^2 e^{(U_{GS}-U_{Tn})/\phi_t n}$$

mit $U_{GS} = U_{Tn}$ Beginn Übergang zum Unterschwellstrombereich.

Damit ergibt sich:

$$I_{DS} = k_n \frac{w}{l}(n-1)\phi_t^2$$

$$I_{DS} = 120 \cdot 10^{-6} A/V^2 \cdot 15(2-1)(26 \cdot 10^{-3} V)^2$$

$$\boxed{I_{DS} = 1{,}22\,\mu A}$$

Aufgabe 4.10

Die Ein-Transistor-Zelle eines DRAMs kann durch folgendes vereinfachtes Ersatzschaltbild dargestellt werden

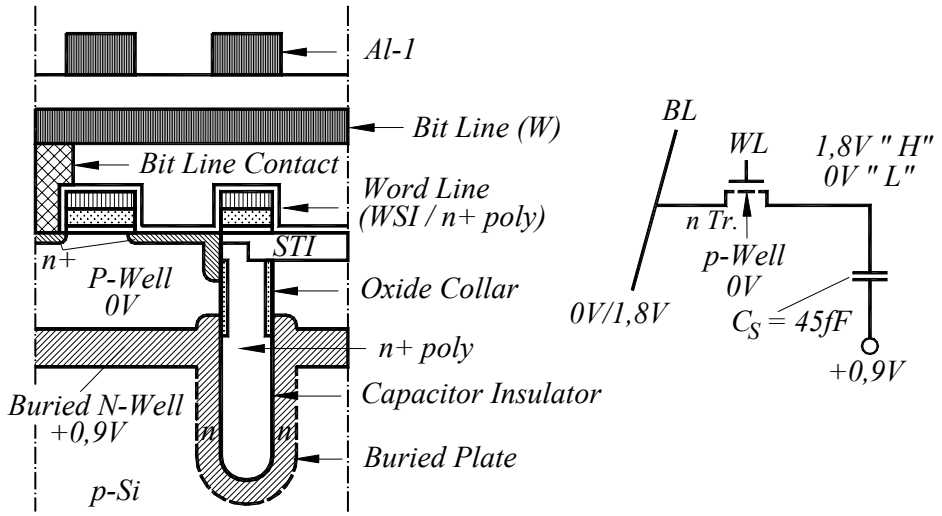


Bild A: 4.10

a) Bestimmen Sie den Unterschwellstrom des mit 0 V am Gate abgeschalteten n-Transistors unter "worst case" Bedingungen. b) Verwenden Sie den "worst case" Fall, um die Refreshzeit zu bestimmen. Hierbei ist davon auszugehen, dass ein reduzierter H-Pegel von 1,5 V und ein erhöhter L-Pegel von 0,3 V noch akzeptabel ist. c) Wie verbessern sich die Werte, wenn eine Source-Bulkspannung, d.h. zusätzlich eine Spannung an "p-Well" von – 1 V verwendet wird?

Daten des n-Transistors

	27° C	90° C
I_{DS} (gemessen bei U_{GS} = 0,6 V)	250 pA	4,8 nA
U_{Ton} (p-Well an 0 V)	1,0 V	0,87 V
γ	$0{,}3\sqrt{V}$	$0{,}3\sqrt{V}$
S	120 mV/Dek	145 mV/Dek
2 ϕ_F	0,82 V	0,76 V
$n = 1 + \frac{C'_j}{C'_{ox}}$	2	2

Lösung zur Aufgabe 4.10:

a) worst case Unterschwellstrom?

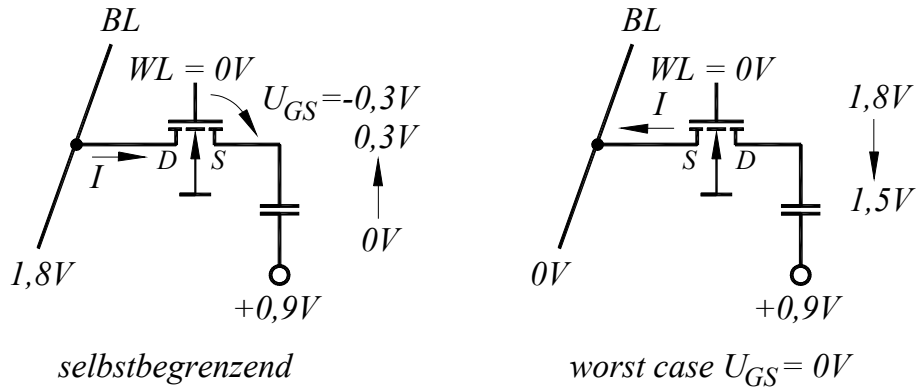


Bild L: 4.10.1

b) Refresh worst case: $U_{GS} = 0V; \quad T = 90°C$

$$\frac{600mV\,(\text{Meßwert})}{145mV\,/\,Dekade} \approx 4 \text{ Dekaden Stromreduzierung}$$

$$I_{DS} = 4{,}8nA/10^4 = 480 \cdot 10^{-15}\,A; \qquad \Delta t \approx C\,\frac{\Delta U}{I_{DS}}$$

$$\Delta t \approx 45 \cdot 10^{-15}\,As\,/\,V\,\frac{0{,}3V}{480 \cdot 10^{-15}\,A}$$

$$\boxed{\Delta t = 28{,}1ms}$$

Genauere Betrachtung

$$I_{DS} = \beta_n\,(n-1)\phi_t^2 e^{(U_{GS}-U_{Tn})/\phi_t n}; \; U_{DS} > 100 \text{ mV}$$

$$\left.\frac{I_{DS}(U_{GS} = 0{,}6V)}{I_{DS}(U_{GS} = 0V)}\right|_{U_{SB}=0V} = e^{\frac{600mV}{31{,}4mV \cdot 2}} = 14{,}1 \cdot 10^3$$

$$I_{DS}(90^o, U_{GS} = 0V) = 4{,}8nA\,/\,14{,}1 \cdot 10^3 = 340 \cdot 10^{-15}\,A$$

$$\Delta t = 45 \cdot 10^{-15}\,\frac{As}{V}\,\frac{0{,}3V}{340 \cdot 10^{-15}\,A} = 39{,}7ms$$

c) mit -1V an p-Well d.h. U_{SB} = 1V

$$U_{Tn} = U_{Ton} + \gamma\left(\sqrt{2\phi_F + U_{SB}} - \sqrt{2\phi_F}\right)$$
$$= 0{,}874V + 0{,}3\sqrt{V}\left(\sqrt{0{,}76V + 1V} - \sqrt{0{,}76V}\right)$$
$$= 0{,}874V + 0{,}136V \qquad \text{Verbesserung ca. 1 Dekade}$$

d.h. $\boxed{\Delta t \approx 300ms}$

genauere Betrachtung:

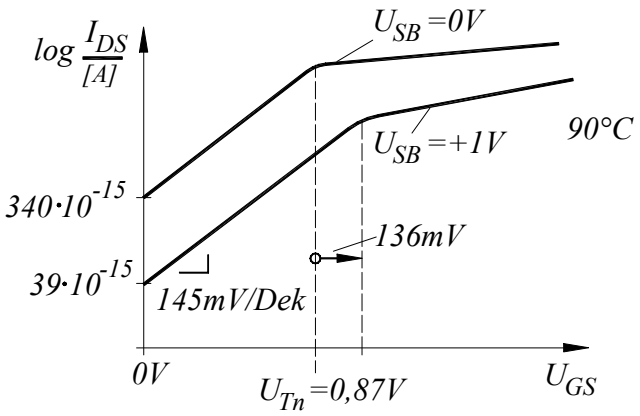


Bild L: 4.10.2

$$\left.\frac{I_{DS}(U_{SB} = 0)}{I_{DS}(U_{SB} = 1V)}\right|_{U_{GS}=0V} = e^{\frac{136mV}{31{,}4mV \cdot 2}} = 8{,}72$$

$$I_{DS}(U_{SB} = +1V) = \frac{340 \cdot 10^{-15}\,A}{8{,}72} = 39{,}0 \cdot 10^{-15}\,A$$

$$\Delta t = 45 \cdot 10^{-15}\,\frac{As}{V}\,\frac{0{,}3V}{39{,}0 \cdot 10^{-15}\,A} = 346ms$$

Aufgabe 4.11

Überprüfen Sie Beziehung 4.5 bei der die Diffusionsspannung ϕ_i entweder über die verschiedenen Austrittsarbeiten oder Dotierungen bestimmt werden kann.

Lösung zur Aufgabe 4.11:

Mit $W_{HA2} > W_{HA1}$ wandern mehr Elektronen von N_{A1} nach N_{A2} als umgekehrt; demnach wird A1 positiv gegenüber A2

$$\phi_i = \frac{W_{HA2} - W_{HA1}}{q} = \frac{W_0 - W_{FA2} - (W_0 - W_{FA1})}{q}$$

$$= \frac{W_{FA1} - W_{FA2}}{q}$$

Mit $N_{A1} = p = n_i e^{\frac{W_i - W_{FA1}}{kT}}$

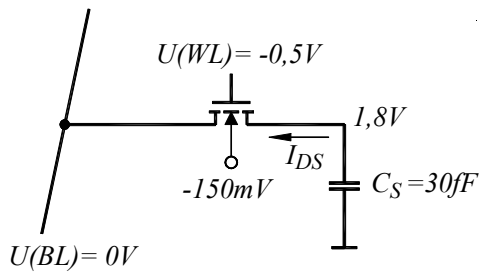
$$W_i - W_{FA1} = kT \ln \frac{N_{A1}}{n_i} \qquad W_i - W_{FA2} = kT \ln \frac{N_{A2}}{n_i}$$

$$\phi_i = \frac{W_{FA1} - W_{FA2}}{q} = \frac{(W_i - kT \ln \frac{N_{A1}}{n_i}) - (W_i - kT \ln \frac{N_{A2}}{n_i})}{q}$$

$$\phi_i = \phi_t \ln \frac{N_{A2}}{N_{A1}}$$

Aufgabe 4.12

Bestimmen Sie in etwa die Refresh-Zeit der dargestellten Ein-Transistor-Zelle.



Der zulässige Spannungsabfall an der Kapazität darf nicht mehr als 0,3V innerhalb der Refresh-Zeit betragen, wobei der Unterschwellstrom als dominierende Stromkomponente betrachtet werden kann.

Die Daten bei 90^0C sind:

U_{Ton}=0,1V, S =105 mV/Dekade; γ = 0,44V$^{1/2}$; $2\phi_F$ = 0,85V; $I_{DS}(U_{GS}=U_{Tn})$ = 25nA.

Lösung zur Aufgabe 4.12

$$U_{Tn} = U_{Ton} + \gamma(\sqrt{2\phi_F + U_{SB}} - \sqrt{2\phi_F}) = 0{,}134V$$

d.h. mit einer Wortleitungsspannung von $U(WL)$ = -0,5V wird eine Stromreduzierung von $\frac{0{,}634V}{0{,}105V\ /\ Dekade} \approx 6$ Dekaden, und zwar von 25nA auf 25 10^{-15}A erreicht.

Daraus ergibt sich eine Refreh-Zeit von $\Delta t = C\Delta U/I_{DS}$ = 360ms.

Kapitel 5

Aufgabe 5.1

Die mittlere Lebensdauer einer Metallbahn, die durch eine Stromdichte von 1mA/µm^2 belastet wird, beträgt bei einer durchschnittlichen Chiptemperatur von 80°C 75 Jahre. Wie verkürzt sich die Lebensdauer, wenn die mittlere Chiptemperatur 160°C betragen würde? Die gemessene Aktivierungsenergie beträgt W_A = 0,65eV.

Lösung zur Aufgabe 5.1:

$$\frac{MTBF(T_1)}{MTBF(T_2)} = \frac{e^{W_A/kT_1}}{e^{W_A/kT_2}} = e^{\frac{W_A}{k}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)}$$

k =1,38·10^{-23} W_S/K W_A = 0,65·1,6·10^{-19} AsV = 1,04·10^{-19}AsV

T_1 = 353 K; T_2 = 433 K

$$MTBF(T_2) = MTBF(T_1)e^{-\frac{1{,}04\cdot 10^{-19}\,AsV}{1{,}38\cdot 10^{-23}\,AsV/K}\left(\frac{1}{353K}-\frac{1}{433K}\right)}$$

$$MTBF(160°C) = 75\,\text{Jahre}\cdot 0{,}0193 = \boxed{1{,}45\text{ Jahre}}$$

Hinweis: $FIT \sim \frac{1}{MTBF}$

Aufgabe 5.2

Ein IC wird im Automobilbau eingesetzt. Im Betrieb beträgt die Stromdichte in der Versorgungsleitung I = 2,0mA/µm^2. Die Lebensdauer (MTBF) der Leiterbahn wurde bei 70°C auf 60 Jahre ermittelt. Überprüfen Sie, ob die Lebensdauer ausreicht einen sicheren Betrieb des ICs für 10.000 Autostunden bei einer IC-Temperatur (Selbsterwärmung + erhöhte Außentemperatur) von 150°C zu garantieren. Die Aktivierungsenergie beträgt W_A = 0,65 eV.

Lösung zur Aufgabe 5.2:

$$\frac{MTBF(T_2)}{MTBF(T_1)} = \frac{e^{W_A/kT_2}}{e^{W_A/kT_1}} = e^{\frac{W_A}{k}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)}$$

$$MTBF(150°C) = 60 \text{ Jahre}\, e^{\frac{1{,}04\cdot 10^{-19}\,AsV}{1{,}38\cdot 10^{-23}\,Ws/K}\left(\frac{1}{423}-\frac{1}{343}\right)\frac{1}{K}}$$

$$MTBF(150°C) = \boxed{0{,}940 \text{ Jahre}}$$

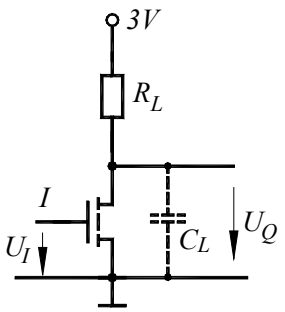
Im Vergleich 10000h = 1,15 Jahre

D.h. Betrieb kann nicht für 10000h garantiert werden. Somit muss Stromdichte durch Vergrößerung der Leiterbahnweite reduziert werden.

Hinweis: 10000h mit 50km/h entspricht einem Kilometerstand von 500000 km.

Aufgabe 5.3

Gegeben ist folgende Inverterschaltung



$$U_{Ton} = 0{,}6V$$
$$k_n = 120\mu A / V^2$$
$$C_L = 0{,}1pF$$

Bild A: 5.3

a) Wie groß muss der Lastwiderstand R_L sein, damit die Lastkapazität C_L bei gesperrtem Transistor in 3 ns auf ca. 86% (zwei Zeitkonstanten) aufgeladen wird? b) Wie groß muss das Geometrieverhältnis *w/l* des Schalttransistors gewählt werden, damit die Ausgangsspannung U_Q auf 0,3 V absinkt, wenn man an den Eingang eine Spannung von U_I = 3 V gibt? c) Wie muss die *w/l*-Dimensionierung geändert werden, wenn die Eingangspannung nur U_I = 2 V beträgt?

Lösung zur Aufgabe 5.3:

a) $\tau = 2R \cdot C;\ R = \tau / 2C = \dfrac{3 \cdot 10^{-9}\, s}{2 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-12}\, As / V} = 15k\Omega$

b) $I_L = I_{DS};\ I_L = \dfrac{3V - 0{,}3V}{15k\Omega} = 180\mu A$

mit $U_{GS} - U_{Tn} > U_{DS}$ $\quad U_{GS} = 3V;\ \ U_{DS} = 0{,}3V$

$$I_L = I_{DS} = k_n \frac{w}{l}\left[(U_{GS} - U_{Tn})U_{DS} - U_{DS}^2 / 2\right]$$

$$w / l = \frac{I_L}{k_n[(U_{GS} - U_{Tn})U_{DS} - U_{DS}^2 / 2]}$$

$$w / l = \frac{180 \cdot 10^{-6}\, A}{120 \cdot 10^{-6}\, A / V^2 [3V - 0{,}6V][0{,}3V - \frac{(0{,}3V)^2}{2}]}$$

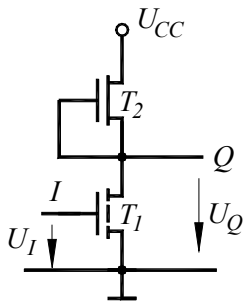
$$\boxed{w / l = 2{,}2}$$

c) mit $U_{GS} = 2V$ $\quad \boxed{w/l = 4}$

Man sieht an diesem Fall, wie wichtig es ist den *H*-Pegel genau zu kennen.

Aufgabe 5.4

Gegeben ist ein Inverter aus der Leistungselektronik mit einem Verarmungstransistor als Lastelement. Die Eingangsspannung U_I beträgt 0V. Wie groß ist die maximale Ausgangsspannung U_Q, wenn U_{CC} = 50 V ist?



$$U_{Ton,2} = -3{,}5V$$
$$\phi_F = 0{,}3V$$
$$\gamma = 0{,}7\sqrt{V}$$

Bild A: 5.4

Lösung zur Aufgabe 5.4:

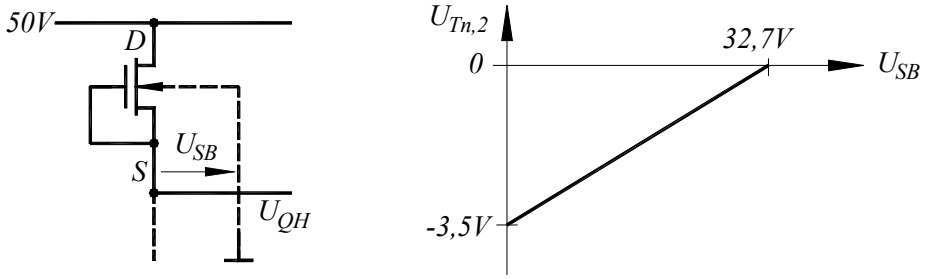


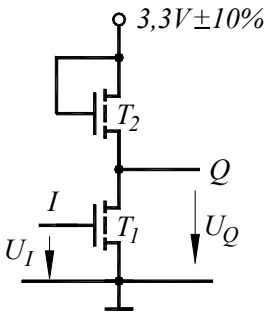
Bild L: 5.4

$$U_{Tn} = U_{Ton} + \gamma\sqrt{2\phi_F + U_{SB}} - \sqrt{2\phi_F}$$
$$0 = -3{,}5V + 0{,}7\sqrt{V}\left(\sqrt{0{,}64V + U_{SB}} - \sqrt{0{,}6V}\right)$$

ergibt $\boxed{U_{SB} = U_{QH} = 32{,}7V}$

Aufgabe 5.5

Als Last wird bei einem Inverter ein Anreicherungstransistor verwendet. Die Eingangsspannung U_I beträgt 0V.



$$U_{Ton,2} = 0{,}6V$$
$$\gamma_2 = 0{,}6\sqrt{V}$$
$$\phi_F = 0{,}35V$$

Bild A: 5.5

a) Arbeitet der Lasttransistor T_2 im linearen oder im Stromsättigungsbereich? b) Wie groß ist die im schlechtesten Fall erreichbare Ausgangsspannung?

Lösung zur Aufgabe 5.5:

T_2 ist immer in Stromsättigung, da $\left(U_{GS,2} - U_{Tn2}\right) < U_{DS,2}$ ist.

$$U_Q = U_N + \frac{\gamma^2}{2} - \gamma\sqrt{U_N + 2\phi_F + \gamma^2/4}$$

$$\begin{aligned} U_N &= U_{CC} - U_{Ton,2} + \gamma\sqrt{2\phi_F} \\ &= 3{,}3V \cdot 0{,}9 - 0{,}6V + 0{,}6\sqrt{V}\sqrt{0{,}7V} \\ &= 2{,}87V \end{aligned}$$

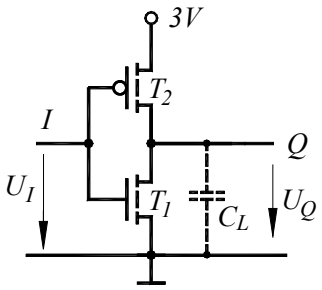
$$U_Q = 2{,}87V + (0{,}6\sqrt{V})^2/2 - 0{,}6\sqrt{V}\sqrt{2{,}87V + 0{,}7V + (0{,}6\sqrt{V})^2/4}$$

U_Q (worst case) = 1,90 V

Ohne Berücksichtigung des Substratsteuereffekts würde eine zu hohe Ausgangsspannung von $U_Q = 3{,}3V \cdot 0{,}9 - 0{,}6V = 2{,}37V$ berechnet.

Aufgabe 5.6

Gegeben ist ein Komplementärinverter, der mit einem periodischen Signal getaktet wird. Das Signal ist spezifiziert mit : T_p = 10 ns und $\tau_r = \tau_f = 1ns$.



$$\beta_n = \beta_p = 120\mu A / V^2$$
$$U_{Ton} = -U_{Top} = 0{,}45V$$
$$C_L = 0{,}1pF$$

Bild A: 5.6

Berechnen Sie den transienten Leistungsverbrauch P_{tr} und vergleichen Sie diesen mit dem dynamischen Leistungsverbrauch P_{dyn}.

Lösung zur Aufgabe 5.6:

$$P_{tr} = \frac{\beta}{12}\left(U_{CC} - 2U_{Tn}\right)^3 \frac{\tau}{T_p}$$

$$P_{tr} = \frac{120\mu A / V^2}{12}(3V - 0{,}9V)^3 \frac{1ns}{10ns} = 9{,}26\mu W$$

Dies ist das Resultat für den Fall, dass C_L nicht vorhanden ist.

$$P_{dyn} = C_L f U_{CC}^2 = 0{,}1 \cdot 10^{-12}\, As / V \frac{1}{10 \cdot 10^{-9} s}(3V)^2$$

$$P_{dyn} = 90\mu W$$

In den meisten praktischen Fällen ist $P_{dyn} \gg P_{tr}$, es sei denn, dass die Anstiegs- und Abfallflanken am Eingang und Ausgang eines Gatters sehr unterschiedlich sind.

Aufgabe 5.7

Gezeigt ist der Ausschnitt aus einer Schieberegisterschaltung. Hat der Takt ϕ den Wert von U_{CC}

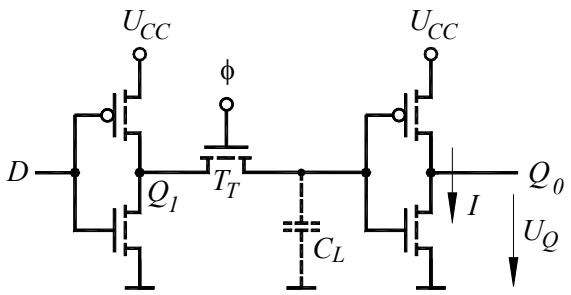


Bild A: 5.7

wird die parasitäre Kapazität C_L auf den logischen Zustand des vorhergehenden Inverters gebracht. Mit ϕ = 0V ist Transistor T_T ausgeschaltet, und die logische Funktion als unterschiedliche Ladung an C_L gespeichert. Wie groß ist die Spannung im *L*- bzw. *H*-Zustand an C_L? Kann ein Gleichstrom *I* entstehen und wenn wie groß ist dieser?

Daten: U_{CC} = 3V; alle n-Kanal-Transistoren haben die Werte

$$U_{Ton} = 0{,}5V;\ \gamma = 0{,}4\sqrt{V};\ \beta_n = 300\mu A/V^2;\ 2\phi_F = 0{,}65V$$

und alle p-Kanal-Transistoren die Werte

$$U_{Top} = -0{,}5V;\ \gamma = 0{,}4\sqrt{V};\ \beta_p = 300\mu A/V^2;\ \text{und}\ 2\phi_F = 0{,}65V\ .$$

Lösung zur Aufgabe 5.7:

Spannung an C_L = ?

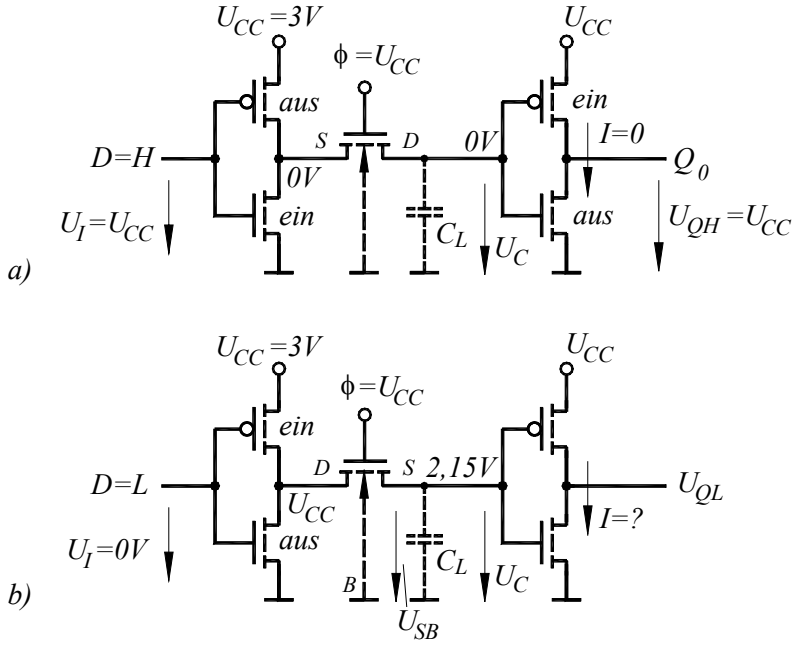


Bild L: 5.7.1

Situation in Bild b) ist vergleichbar mit dem U_{QH} beim Anreicherungsinverter, wo U_{QH} um den Wert der Einsatzspannung bei Berücksichtigung des Substratsteuerfaktors reduziert ist.

$$U_C = U_N + \frac{\gamma^2}{2} - \gamma\sqrt{U_N + 2\phi_F + \gamma^2/4}$$

$$U_N = U_{CC} - U_{Ton} + \gamma\sqrt{2\phi_F}$$

$$U_N = 3V - 0{,}5V + 0{,}4\sqrt{V}\sqrt{0{,}65V} = 2{,}82V$$

$$U_C = 2{,}82V + \left(0{,}4\sqrt{V}\right)^2/2 - 0{,}4\sqrt{V}\sqrt{2{,}82V + 0{,}65V + (0{,}4\sqrt{V})^2/4}$$

$$U_C = 2{,}15V$$

Mit diesem reduzierten *H*-Signal ergibt sich die folgende Situation beim Ausgangsinverter:

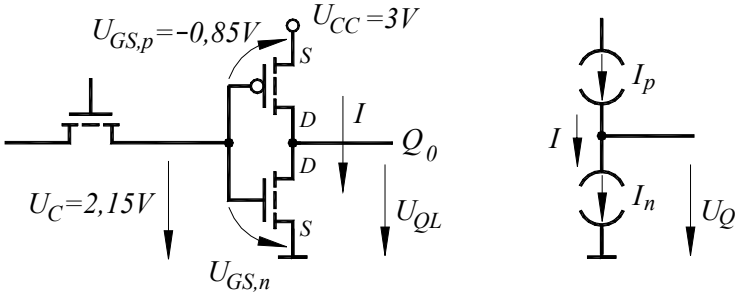
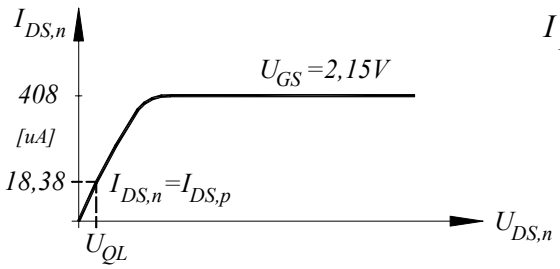


Bild L: 5.7.2

Mit $U_{GS,n}$ = 2,15V > U_{Tn} und $U_{GS,p}$ = |-0,85 V| > $|U_{Tp}|$ sind beide Transistoren leitend und es fließt ein Strom *I*. Der vom Wert her kleinste Strom durch die Transistoren bestimmt dabei den Strom *I* durch den Inverter. Aus den obigen Werten geht hervor, dass dies $I_{DS,p}$ ist. Damit $I_{DS,p} = I_{DS,n}$ wird, geht der n-Kanal Transistor in den Widerstandsbereich (Bild L 5.7.3) wodurch die Ausgangsspannung absinkt. Dabei wird $|U_{DS,p}| > |U_{GS,p} - U_{Tp}|$, wodurch der p-Kanal Transistor in den Stromsättigungsbereich gelangt. Der Strom beträgt dabei

$$I = I_{DS,p} = \frac{\beta_p}{2}(U_{GS} - U_{Tp})^2 = \frac{300\mu A/V^2}{2}(-0{,}85V + 0{,}5V)^2$$
$$I = I_{DS,p} = 18{,}38\mu A.$$



$$I_{DS,n} = \frac{\beta_n}{2}\left(U_{GS,n} - U_{Tn}\right)^2$$
$$= \frac{300\mu A/V^2}{2}(2{,}15V - 0{,}5V)^2$$
$$= 408\mu A$$

Bild L: 5.7.3

Aufgabe 5.8

Dimensionieren Sie die gezeigte Gatter-Schaltung, d.h. bestimmen Sie die Weite der Transistoren, wenn die Lastkapazität C_L = 0,1pF innerhalb von 1 ns aufgeladen werden soll. Die elektrischen Daten der Transistoren sind:

$$k_n = 100\mu A/V^2;\ k_p = 40\mu A/V^2;\ l_{\min} = 0{,}3\mu m.$$

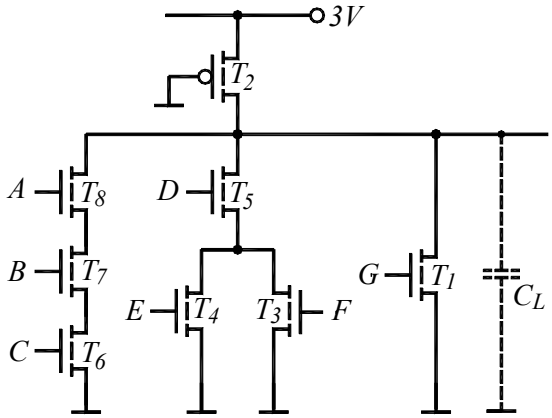


Bild A: 5.8

Lösung zur Aufgabe 5.8:

Aus der Anforderung an die Anstiegszeit ergibt sich:

$$t_r = \frac{C_L}{\beta_p} 1{,}2(1/V) \Rightarrow \beta_p = \frac{C_L}{t_r} 1{,}2(1/V) = \frac{0{,}1 \cdot 10^{-12}\ As/V}{1 \cdot 10^{-9}\ s} 1{,}2(1/V)$$

$$\beta_p = 120\mu A/V^2 \text{ für } T_2$$

Aus dem z-Verhältnis von 5,9 resultiert dann die Stromverstärkung für T_1 von

$$\beta_{n,1} = z \cdot \beta_p = 5{,}9 \cdot 120\mu A/V^2 = 708\mu A/V^2$$

Entsprechend der Serienschaltung von Transistoren ist

	T_3, T_4 und T_5	$2 \cdot \beta_{n,1}$ = 1416µA/V^2
und	T_6, T_7 und T_8	$3 \cdot \beta_{n,1}$ = 2124µA/V^2

Mit $\beta_n = k_n \left(\frac{w}{l}\right)_n = 100\mu A/V^2 \left(\frac{w}{l}\right)_n$ und

$\beta_p = k_p \left(\frac{w}{l}\right)_n = 40\mu A/V^2 \left(\frac{w}{l}\right)$ resultiert :

Transistor	β (µA/V^2)	w/l	w*(µm)
T_1	708	7	2,1
T_2	120	3	0,9
T_3, T_4, T_5	1416	14	4,2
T_6, T_7, T_8, T_9	2124	21	6,3

*l_{min} beträgt 0,3µm

Aufgabe 5.9

Ein IC hat vier Datenausgänge, wodurch beim gleichzeitigen Schalten der Ausgangstreiber große Störspannungen an den Zuleitungswiderständen und -induktivitäten erzeugt werden. Würden Sie als Lösung die Schaltzeiten verlängern oder die Ausgänge gestaffelt schalten?

Lösung zur Aufgabe 5.9:

Fall 1: Ausgänge mit gestaffelten Verzögerungszeiten

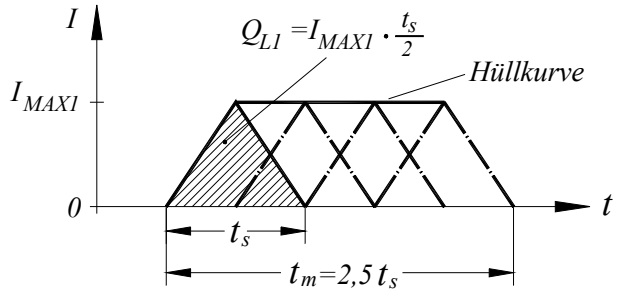


Bild L: 5.9.1

Fall 2: Alle Ausgänge mit verlängerter Schaltzeit

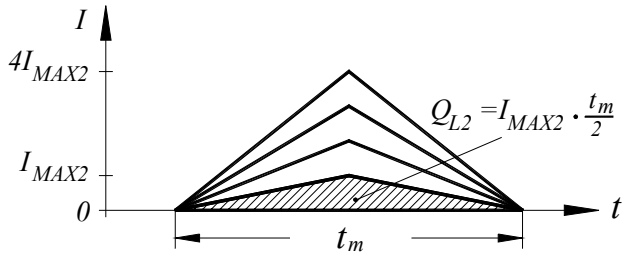


Bild L: 5.9.2

Da zum Umladen an jedem Ausgang die gleiche Ladung benötigt wird gilt:

$$Q_{L1} = Q_{L2}$$

$$I_{MAX1} \cdot t_s / 2 = I_{MAX2} \cdot 2{,}5 t_s / 2$$

bei 4 Ausgängen

$$4 I_{MAX2} = 4 \cdot I_{MAX1} / 2{,}5 = 1{,}6 I_{MAX1}$$

Fazit: Fall 1 günstiger bei großen Zuleitungswiderständen wegen $U = R \cdot I$

Fall 2 günstiger bei großen induktiven Zuleitungen wegen $U = L dI/dt$

Kapitel 6

Aufgabe 6.1

Realisieren Sie die logische Funktion $Q = \overline{I_1 \cdot I_2 + (I_3 + I_4) \cdot (I_5 + I_6)}$ in einer statischen Komplementärschaltung und erstellen Sie dazu das Layout. Verwenden Sie dabei den in Abschnitt 6.1.2 beschriebenen Layoutstil und bestimmen Sie nach Möglichkeit einen gemeinsamen Eulerpfad.

Lösung zu Aufgabe 6.1:

Geg: $\overline{Q} = I_1 \cdot I_2 + (I_3 + I_4) \cdot (I_5 + I_6)$

Kompl.

$$\overline{\overline{Q}} = \overline{I_1 \cdot I_2 + (I_3 + I_4) \cdot (I_5 + I_6)}$$

break the line change the sign

$$Q = \left[\overline{I_1 \cdot I_2}\right] \cdot \left[\overline{(I_3 + I_4)} + \overline{(I_5 + I_6)}\right]$$

$$Q = \left[\bar{I}_1 + \bar{I}_2\right] \cdot \left[\bar{I}_3 \cdot \bar{I}_4 + \bar{I}_5 \cdot \bar{I}_6\right]$$

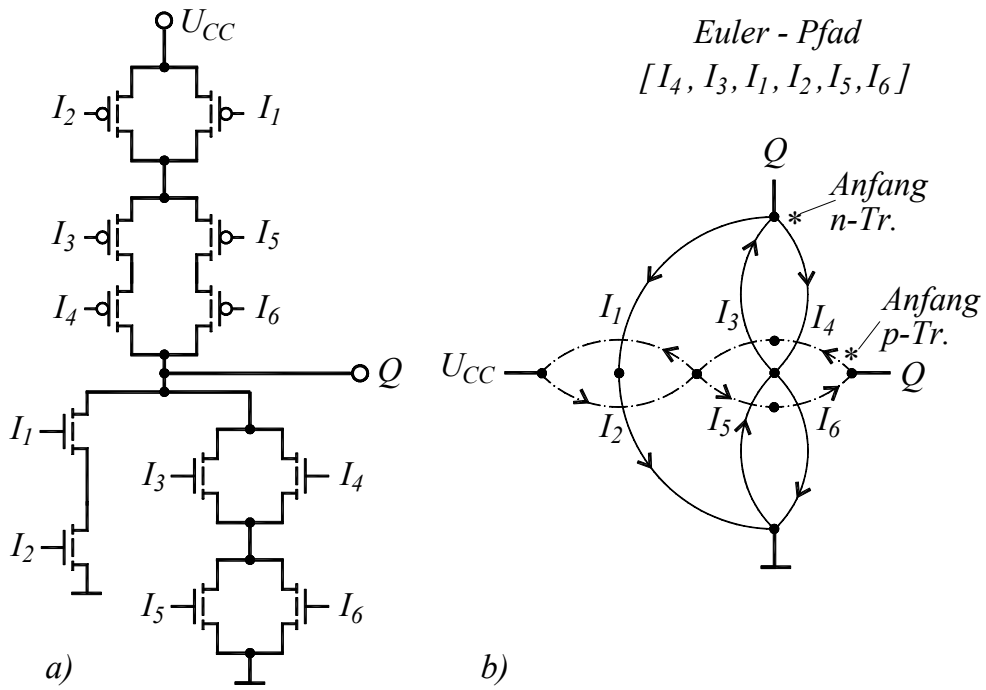


Bild L: 6.1.1

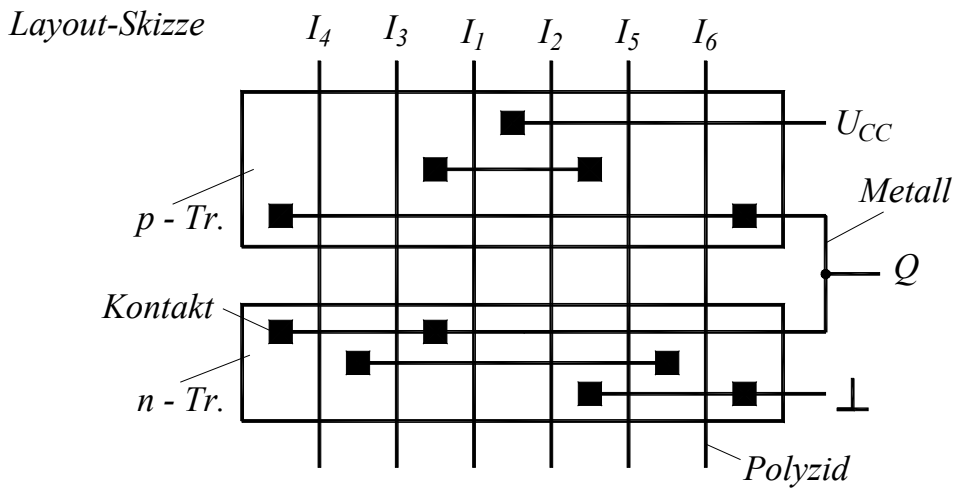
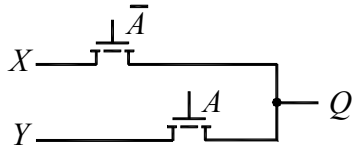

Layout-Skizze
I4
I3
I1
I2
I5
I6
UCC
Metall
p - Tr.
Q
Kontakt
n - Tr.
⊥
Polyzid

Bild L: 6.1.3

Aufgabe 6.2

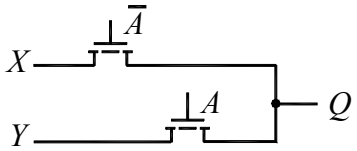
Welche logischen Funktionen können mit der gezeigten Transfer-Gatterschaltung realisiert werden, wenn die Eingangsvariablen, wie gezeigt, verändert werden?



X	Y	Q
L	B	
H	$\overline{B}$	
B	H	
$\overline{B}$	L	
B	$\overline{B}$	

Bild A: 6.2

Lösung zur Aufgabe 6.2:



X	Y	Q
L	B	BA
H	$\overline{B}$	$\overline{A} + \overline{B}A = \overline{A} + \overline{B} = \overline{A \cdot B}$
B	H	$B\overline{A} + A = B + A$
$\overline{B}$	L	$\overline{B}\,\overline{A} = \overline{A + B}$
B	$\overline{B}$	$B\overline{A} + \overline{B}A = A \oplus B$

Bild L: 6.2

Aufgabe 6.3

Bei der in Bild 6.39 gezeigten Kaskadierung von Dekodern entsteht an den Z-Ausgängen ein verschlechterter Logikpegel. a) Tritt dieser beim *L*- oder *H*-Zustand auf? b) Welchen Wert hat dieser Pegel, wenn U_{Top} = -0,45V; $\phi_F = -0{,}3V$; $\gamma = 0{,}3\sqrt{V}$ und U_{CC} = 3V betragen? c) Wie kann Abhilfe geschaffen werden?

Lösung zur Aufgabe 6.3

Ein verschlechterter Logikpegel tritt auf, wenn C_L auf *H* d.h. 3V aufgeladen ist und über den p-Kanal-Transistor mit 0V an der Drain und dem Gate entladen werden soll.

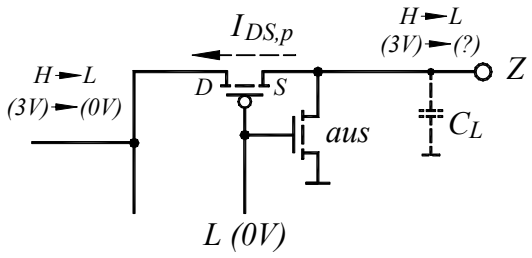


Bild L: 6.3.1

Erste Schätzung: *L*-Pegel ≈ $|U_{Tp}|$, denn dann sperrt der Transistor.

Genauere Analyse beinhaltet die Wirkung des Substratsteuereffekts

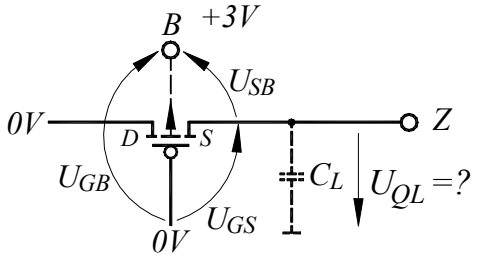


Bild L: 6.3.2

$$U_{GB} - U_{SB} - U_{GS} = 0$$
$$U_{SB} = U_{GB} - U_{Tp}$$
$$U_{SB} = U_{GB} - \left[U_{Tpo} - \gamma(\sqrt{-2\phi_F - U_{SB}} - \sqrt{-2\phi_F})\right]$$

mit:
$$U_{SB} = -U_N - \frac{\gamma^2}{2} + \gamma\sqrt{U_N - 2\phi_F - \gamma^2/4}$$
$$U_N = -U_{GB} + U_{Tpo} + \gamma\sqrt{-2\phi_F}$$

mit den Werten

$$U_{GB} = -3V; \quad \phi_F = -0{,}3V; \quad U_{Top} = -0{,}45V \quad \gamma = 0{,}3\sqrt{V}$$

$$U_N = 3V - 0{,}45V + 0{,}3\sqrt{V}\sqrt{0{,}6V} = 2{,}78V$$

$$U_{SB} = -2{,}78V - \frac{0{,}09V}{2} + 0{,}3\sqrt{V}\sqrt{2{,}78V + 0{,}6V - \frac{0{,}09V}{4}}$$

$$U_{SB} = -2{,}28V$$

$$U_{SB} - U_{GB} - U_{QL} = 0$$

$$U_{QL} = U_{SB} - U_{GB} = -2{,}28V + 3V = 0{,}72V$$

$$\boxed{U_{QL} = 0{,}72V}$$

Mögliche Lösung:

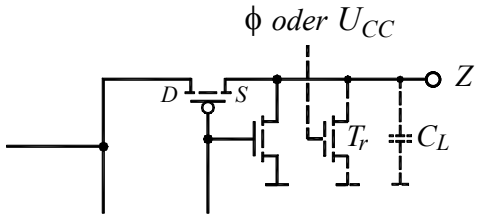


Bild L: 6.3.3

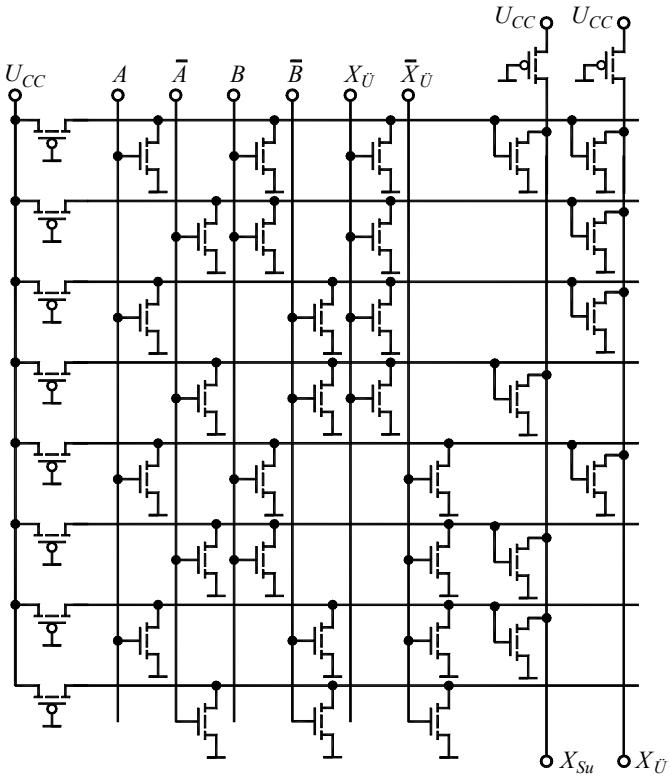
Jeder Ausgang wird mit einem n-Kanal-Transistor (T_r) versehen, der getaktet oder mit U_{CC} am Gate für die restliche Entladung von C_L sorgt.

Aufgabe 6.4

Zeichnen Sie die Schaltung einer programmierbaren Logikanordnung (PLA), die die folgende Wahrheitstabelle realisiert. Welche Funktion wird durch die angegebene Wahrheitstabelle beschrieben?

A	B	C	Q_1	Q_2
L	L	L	L	L
H	L	L	H	L
L	H	L	H	L
H	H	L	L	H
L	L	H	H	L
H	L	H	L	H
L	H	H	L	H
H	H	H	H	H

Lösung zur Aufgabe 6.4:



A	B	$X_{ü}$	X_{sn}	$X_{ü}$
L	L	L	L	L
H	L	L	H	L
L	H	L	H	L
H	H	L	L	H
L	L	H	H	L
H	L	H	L	H
L	H	H	L	H
H	H	H	H	H

Volladdierer

Aufgabe 6.5

In Bild A: 6.5 ist ein dynamisches Master-Slave-Flip-Flop dargestellt.

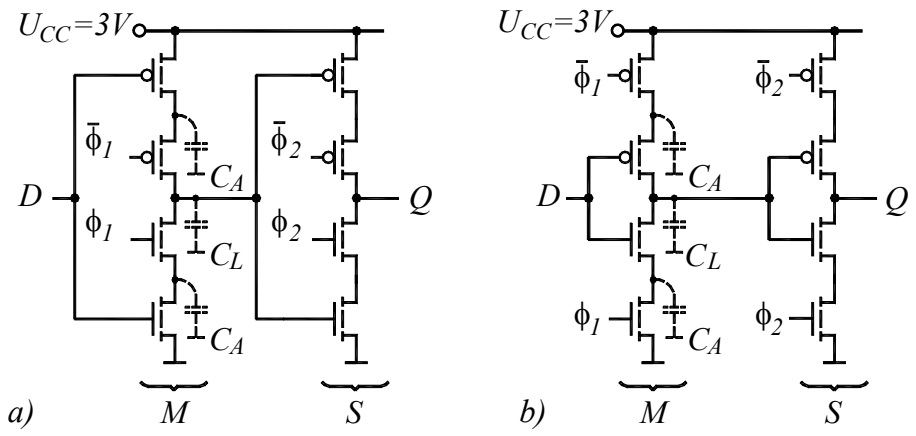


Bild A: 6.5

Welche der im Bild gezeigten Realisierungen ist zu bevorzugen? Welche *H*- und *L*-Spannungen können sich im schlechtesten Fall bei der nicht zu empfehlenden Anordnung an C_L einstellen, wenn $C_L = 2C_A$ ist?

Lösung zur Aufgabe 6.5:

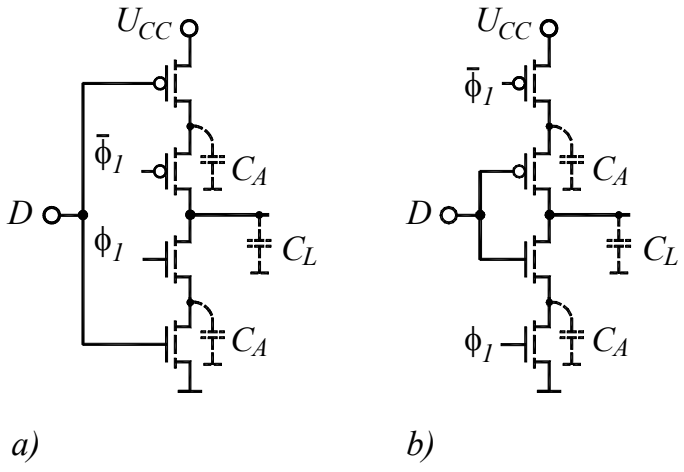


Bild L: 6.5.1

Kriterium: Transfer-Elemente sind hochohmig geschaltet und D ändert den Zustand. Bleibt die Ladung an C_L erhalten?

im Fall a) ja; keine Änderungen

im Fall b) kommt es zur Ladungsteilung, wodurch ein reduzierter *H*-Pegel und ein erhöhter *L*-Pegel entsteht.

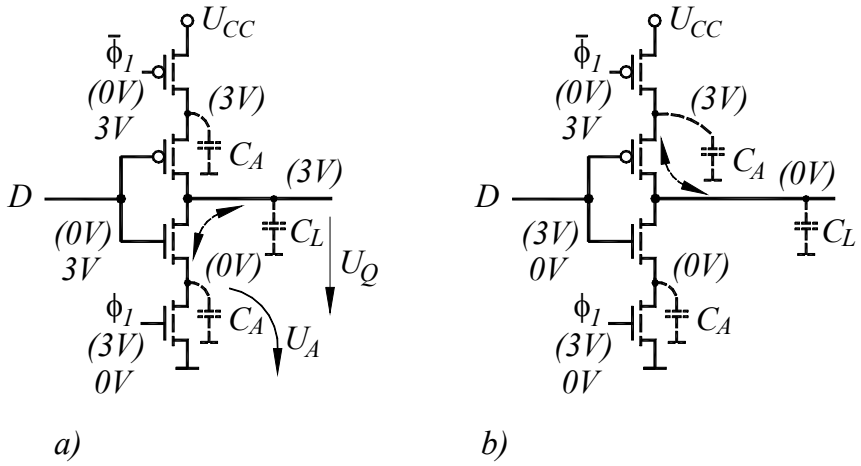


Bild L: 6.5.2

Zahlen in Klammern entsprechen der Ausgangssituation; dann ändert sich ϕ_1 und $\overline{\phi_1}$, so dass die Transfer-Elemente hochohmig geschaltet werden. Ändert sich anschließend D kommt es in Bild a) zur Reduzierung des *H*-Pegels und in Bild b) zur Erhöhung des *L*-Pegels.

Mit

$$U'_Q = \frac{Q_{Ges}}{C_{Ges}} = \frac{C_L U_Q + C_A U_A}{C_A + C_L}$$

$$\text{mit } C_L = 2C_A$$

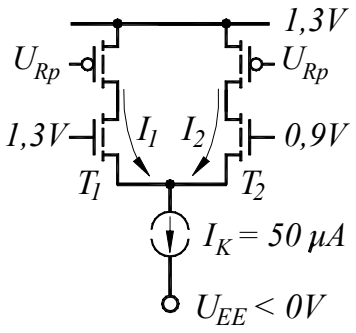
$$U'_Q = \frac{2U_Q + U_A}{3}$$

im Fall a) $$U'_Q = \frac{2 \cdot 3V + 0V}{3} = 2V$$

im Fall b) $$U'_Q = \frac{0V + 3V}{3} = 1V$$

Aufgabe 6.6

Bei dem in Bild A: 6.6 gezeigten Stromschalter liegt an den Eingängen eine Spannung von U_I = 1,3V und $U_{\bar{I}}$ = 0,9 V an. Wie groß sind die Ströme I_1 und I_2 ?



$U_{Tn} = 0{,}4V$

$(w/l)_1 = (w/l)_2 = 3$

$k_n = 150\,\mu A/V^2$

Bild A: 6.6

Quadratische Gleichung: $ax^2 + bx + c = 0\,; \quad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Lösung zur Aufgabe 6.6

$$I_1 = \frac{\beta_n}{2}\left(U_{I1} - U_S - U_{Tn}\right)^2;\; I_2 = \frac{\beta_n}{2}\left(U_{I2} - U_S - U_{Tn}\right)^2$$

$$I_K = I_1 + I_2$$

Mit $U_A = U_{I1} - U_{Tn}$ und $U_B = U_{I2} - U_{Tn}$ ergibt sich daraus:

$$U_S = \frac{1}{2}\left(U_A + U_B\right) \pm \sqrt{-\frac{1}{4}(U^2{}_A + U^2{}_B) + \frac{1}{2}U_A U_B + \frac{I_K}{\beta_n}}$$

U_S = 433mV bzw 966mV (966mV kann nicht sein da in diesem Fall $U_S > U_{I2}$ ist).

Damit ist : $I_1 = \frac{1}{2}150\mu A/V^2\, 3(1{,}3V - 0{,}433V - 0{,}4V)^2 = 49{,}0\mu A$ und

$$I_2 = \frac{1}{2}150\mu A/V^2\, 3(0{,}9V - 0{,}433V - 0{,}4V)^2 = 1{,}0\mu A$$

Kapitel 7

Aufgabe 7.1

Die gezeigte FETMOS-Zelle soll zur Speicherung von 2 Bits verwendet werden. Die Einsatzspannungsänderung ΔU_{Tn} pro Zustand soll dabei 0,8V betragen. Wie viele Elektronen werden pro Zustand benötigt?

Daten: l = 0,6μm; w = 1,0μm; ε (ONO) = 5,5

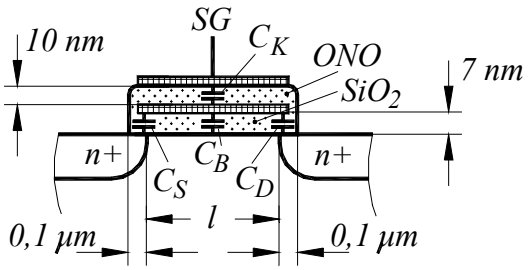


Bild A: 7.1

Lösung zur Aufgabe 7.1:

Änderung der Einsatzspannung ΔU_{Tn} entspricht Änderung der Floating-Gatespannung ΔU_{FG}.

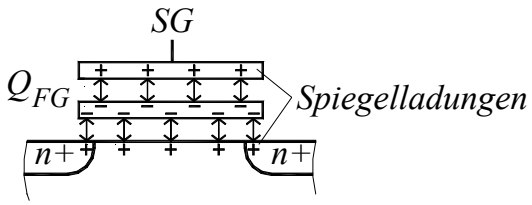


Bild L: 7.1.1

$$\Delta U_{FG} = \frac{\Delta Q_{FG}}{C_K + C_B + C_S + C_D} = \frac{\Delta Q_{FG}}{C_K + C_G}$$

$$C'_K = \frac{\varepsilon(ONO)\varepsilon_0}{d_{ox}} = \frac{5{,}5 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-14}\, F\, cm^{-1}}{10 \cdot 10^{-7}\, cm} = 4{,}87 \cdot 10^{-7}\, \frac{F}{cm^2}$$

$$C_K = 4{,}87 \frac{fF}{\mu m^2} \times 0{,}6\,\mu m \times 1{,}0\,\mu m = 2{,}92\, fF$$

$$C'_G = C'_S + C'_D + C'_B = \frac{\varepsilon_{ox}\varepsilon_o}{d_{ox}} = \frac{3{,}9 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-14}\, F\, cm^{-1}}{7 \cdot 10^{-7}\, cm} = 4{,}93 \cdot 10^{-7}\, \frac{F}{cm^2}$$

$$C_G = 4{,}93 \frac{fF}{\mu m^2} 0{,}8\,\mu m \times 1{,}0\,\mu m = 3{,}95\, fF$$

$$\Delta Q_{FG} = \Delta U_{FG} \cdot \left(C_K + C_G\right) = 0{,}8V \cdot 6{,}87 \cdot 10^{-15}\, \frac{As}{V}$$

$$\Delta Q_{FG} = 5{,}50 \cdot 10^{-15}\, As$$

Daraus ergibt sich die Zahl der Elektronen zu

$$Z = \frac{5{,}50 \cdot 10^{-15}\, As}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\, As} = \boxed{34.375}$$

Aufgabe 7.2

Für die gezeigte statische Speicherzelle sollen die maximal zulässigen Widerstandswerte bestimmt werden. Der Spannungsabfall an R darf im gesamten Temperaturbereich (0^oC bis 90^oC) auf keinen Fall 1V überschreiten. Als dominierender Leckstrom ist bei den Transistoren nur der Unterschwellstrom zu berücksichtigen.

Daten der Transistoren: $U_{Ton}(0°C) = 0{,}6V$; $U_{Ton}(90°C) = 0{,}51V$; $\beta_n(0°C) = 150\mu A/V^2$; $\beta_n(90°C) = 110\mu A/V^2$; n = 2

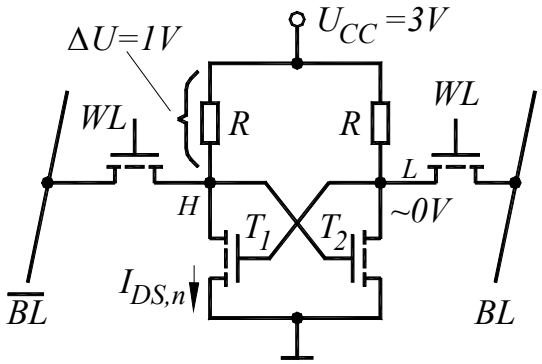


Bild A: 7.2

Lösung zur Aufgabe 7.2:

a) I_{DS} worst case

$$I_{DS} = \beta_n (n-1)\phi_t^2 e^{(U_{GS}-U_{Tn})/\phi_t n}(1-e^{-U_{DS}/\phi_t})$$

$$U_{GS} = 0; \quad \text{Ausdruck } (1-e^{-U_{DS}/\phi_t}) \text{ vernachlässigbar}$$

$$\phi_t = \frac{kT}{q}(90°C) = 31{,}3mV \qquad \phi_t(0°C) = 23{,}5mV$$

$$I_{DS}(0°C) = 150\mu A/V^2 \cdot (23{,}5\cdot 10^{-3})^2 V^2 e^{-\frac{600mV}{47mV}}$$

$$= 2{,}37\cdot 10^{-13} A$$

$$I_{DS}(90°C) = 110\mu A/V^2 \cdot (31{,}3\cdot 10^{-3})^2 V^2 e^{-\frac{510mV}{62{,}6mV}}$$

$$= 3{,}12\cdot 10^{-11} A$$

d.h. worst case - wie erwartet - bei 90°C (post.Temp.Koeff. im Unterschw.)

b) $$R \le \frac{1V}{3{,}12\cdot 10^{-11} A} = \boxed{32{,}0\cdot 10^9\ \Omega}$$

Bemerkung: Durch Erhöhung der Einsatzspannung von T_1 und T_2 können die Unterschwellströme weiter reduziert und damit die Widerstände R vergrößert werden.

Aufgabe 7.3

Die Ein-Transistor-Zelle eines DRAMs kann durch folgendes vereinfachtes Ersatzschaltbild dargestellt werden:

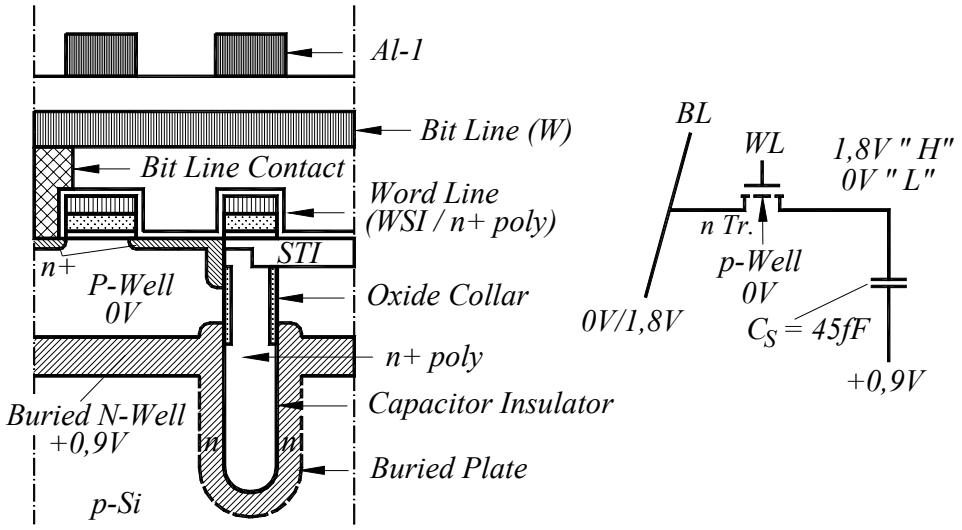


Bild A: 7.3

a) Bestimmen Sie den Unterschwellstrom des mit 0V am Gate abgeschalteten n-Transistors unter "worst case" Bedingungen.

b) Verwenden Sie den "worst case" Fall, um die Refreshzeit zu bestimmen. Hierbei ist davon auszugehen, dass ein reduzierter H-Pegel von 1,5 V und ein erhöhter L-Pegel von 0,3 V noch akzeptabel ist.

c) Wie verbessern sich die Werte, wenn eine Source-Bulkspannung, d.h. zusätzlich eine Spannung an "p-Well" von – 1 V verwendet wird?

Daten des n-Transistors

	27° C	90° C
I_{DS} (gemessen bei U_{GS} = 0,6 V)	250 *p*A	4,8 nA
U_{Ton} (p-Well an 0 V)	1,0 V	0,87 V
γ	$0{,}3\sqrt{V}$	$0{,}3\sqrt{V}$
S	120 mV/Dek	145 mV/Dek
$2\ \phi_F$	0,82 V	0,76 V
$n = 1 + \frac{C'_j}{C'_{ox}}$	2	2

Lösung zur Aufgabe 7.3:

a) worst case Unterschwellstrom?

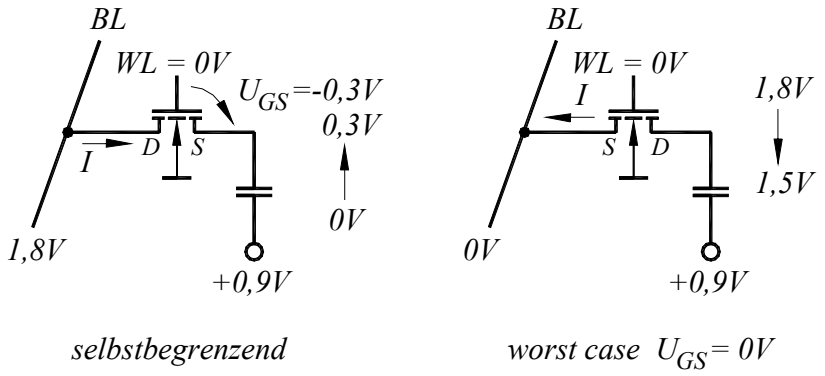


Bild L: 7.3.1

b) Refresh worst case: $U_{GS} = 0V; \quad T = 90°C$

$$\frac{600mV\,(\text{Meßwert})}{145mV\,/\,Dekade} \approx 4 \text{ Dekaden Stromreduzierung}$$

$$I_{DS} = 4{,}8nA/10^4 = 480 \cdot 10^{-15}\,A; \qquad \Delta t \approx C\,\frac{\Delta U}{I_{DS}}$$

$$\Delta t \approx 45 \cdot 10^{-15}\,As\,/\,V\,\frac{0{,}3V}{480 \cdot 10^{-15}\,A}$$

$$\boxed{\Delta t = 28{,}1ms}$$

Genauere Betrachtung

$$I_{DS} = \beta_n\,(n-1)\phi_t^2 e^{(U_{GS}-U_{Tn})/\phi_t n}; \; U_{DS} > 100 \text{ mV}$$

$$\left.\frac{I_{DS}(U_{GS} = 0{,}6V)}{I_{DS}(U_{GS} = 0V)}\right|_{U_{SB}=0V} = e^{\frac{600mV}{31{,}4mV \cdot 2}} = 14{,}1 \cdot 10^3$$

$$I_{DS}(90^o, U_{GS} = 0V) = 4{,}8nA\,/\,14{,}1 \cdot 10^3 = 340 \cdot 10^{-15}\,A$$

$$\Delta t = 45 \cdot 10^{-15}\,\frac{As}{V}\,\frac{0{,}3V}{340 \cdot 10^{-15}\,A} = 39{,}7ms$$

c) mit -1V an p-Well d.h. U_{SB} = 1V

$$U_{Tn} = U_{Ton} + \gamma\left(\sqrt{2\phi_F + U_{SB}} - \sqrt{2\phi_F}\right)$$
$$= 0{,}874V + 0{,}3\sqrt{V}\left(\sqrt{0{,}76V + 1V} - \sqrt{0{,}76V}\right)$$
$$= 0{,}874V + 0{,}136V \qquad \text{Verbesserung ca. 1 Dekade}$$

d.h. $\boxed{\Delta t \approx 300ms}$

genauere Betrachtung:

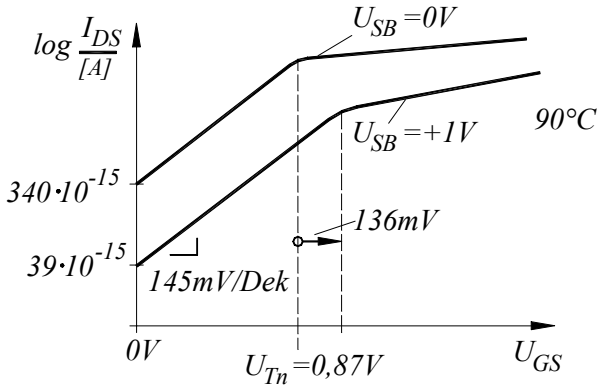


Bild L: 7.3.2

$$\left.\frac{I_{DS}(U_{SB} = 0)}{I_{DS}(U_{SB} = 1V)}\right|_{U_{GS}=0V} = e^{\frac{136mV}{31{,}4mV\cdot 2}} = 8{,}72$$

$$I_{DS}(U_{SB} = +1V) = \frac{340\cdot 10^{-15}A}{8{,}72} = 39{,}0\cdot 10^{-15}A$$

$$\Delta t = 45\cdot 10^{-15}\frac{As}{V}\frac{0{,}3V}{39{,}0\cdot 10^{-15}A} = 346ms$$

Aufgabe 7.4

Dargestellt ist eine Ein-Transistor-Zelle eines DRAMs. Die n^+-Polyseite der Kapazität kann auf 1,8 V bzw. 0 V aufgeladen werden. Dadurch ist es möglich, dass ein unerlaubt großer Leckstrom durch den gezeigten parasitären n-Kanal Transistor fließt.

Bestimmen Sie:

a) Welches die "worst case" Spannungskonstellation,

b) die Einsatzspannung des parasitären Transistors bei d_{ox} = 7nm (oxid collar) sowie wenn

c) d_{ox} auf 30 nm vergrößert wird und

d) eine Spannung von – 1 V an die *p*-Wanne (*p*-Well) gelegt wird.

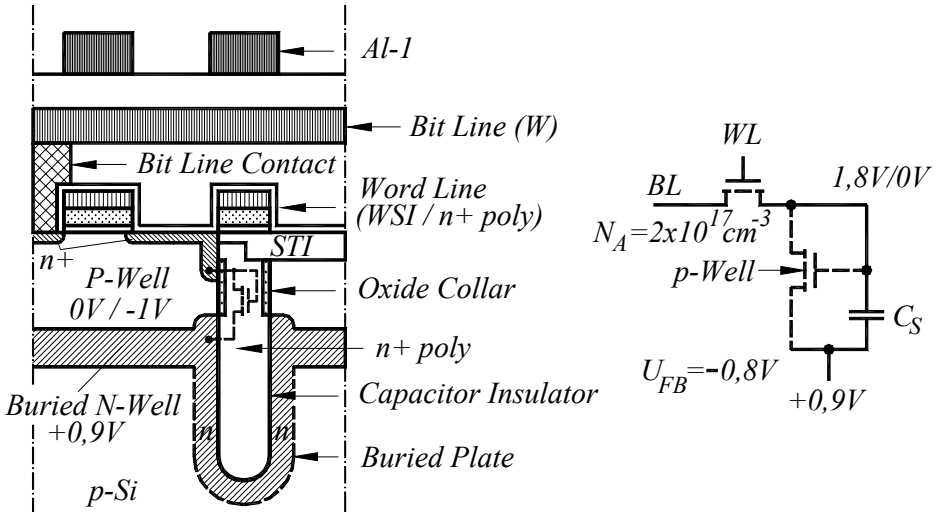


Bild A: 7.4

Lösung zur Aufgabe 7.4:

a) **worst case:**

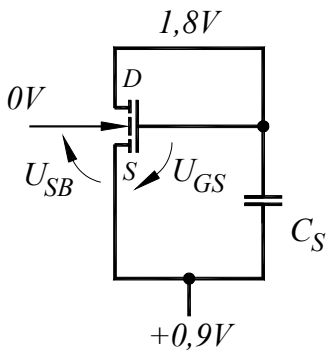


Bild L: 7.4.1

b) $d_{ox} = 7nm; \quad 0V \text{ am } p-Well$

$$2\phi_F = 2\phi_t \ln\frac{N_A}{n_i} = 2 \cdot 26mV \ln\frac{2 \cdot 10^{17}\,cm^{-3}}{1{,}45 \cdot 10^{10}\,cm^{-3}} = 885mV$$

$$C'_{ox} = \frac{\varepsilon_o \varepsilon_{ox}}{dox} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-14}\,As/V \cdot cm \cdot 3{,}9}{7 \cdot 10^{-7}\,cm} = 493 \cdot 10^{-9}\,\frac{F}{cm^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{C'_{ox}}\sqrt{qN_A 2\varepsilon_o \varepsilon_{Si}}$$

$$= \frac{1}{493 \cdot 10^{-9}\,F/cm^2}\sqrt{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,As \cdot 2 \cdot 10^{17}\,cm^{-3} \cdot 2 \cdot 11{,}9 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14}\,As/cm}$$

$$\gamma = 0{,}526\sqrt{V}$$

$$U_{Tn} = U_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F + U_{SB}}$$

$$= -0{,}8V + 0{,}855V + 0{,}526\sqrt{V}\sqrt{0{,}885V + 0{,}9V} =$$

$$\boxed{U_{Tn} = 0{,}758V}$$

c) $dox = 30nm$

$$U_{Tn} = -0{,}8V + 0{,}855V + \frac{30}{7}0{,}526\sqrt{V}\sqrt{0{,}885V + 0{,}9V} =$$

$$\boxed{U_{Tn} = 3{,}07V}$$

d) **zusätzlich** $U_{SB} = 1{,}9V$

$$\boxed{U_{Tn} = 3{,}82V}$$

Aufgabe 7.5

Bestimmen Sie die Lesesignale ΔU_L in dem dargestellten Open-Bit-Line Konzept, wenn in der Zelle Z

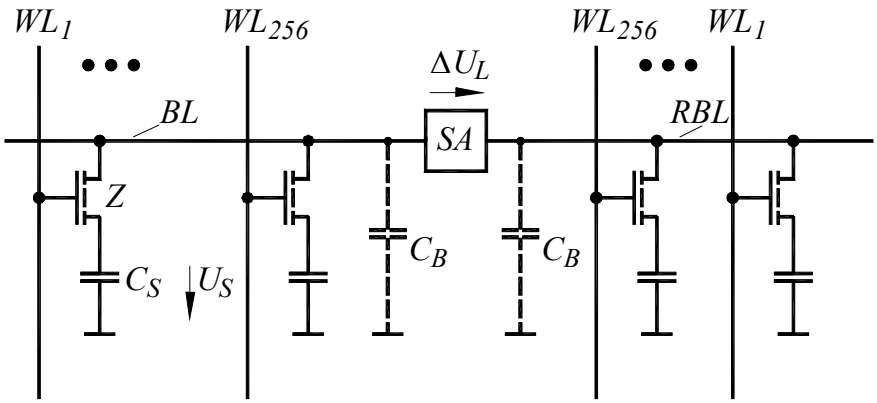


Bild A: 7.5

ein *H*-Pegel von 1,8V bzw. ein *L*-Pegel von 0V gespeichert ist.

Daten: C_S = 35fF; C_B = 200fF; Vorladen der Bit-Leitungen auf 1,8V/2 = 0,9V.

Lösung zur Aufgabe 7.5:

$$\Delta U_L = U_L(BL) - U_B(RBL)$$

$$\Delta U_L = \frac{C_S U_S + C_B U_B}{C_S + C_B} - U_B(RBL)$$

$$\Delta U_L = \frac{C_S U_S + C_B U_B}{C_S + C_B} - \frac{(C_S + C_B)}{C_S + C_B} U_B = \frac{C_S}{C_S + C_B}(U_S - U_B)$$

$$\Delta U_L = \frac{35 \cdot 10^{-15}\ As/V}{235 \cdot 10^{-15}\ As/V}[1{,}8V\ (bzw.\ 0V) - 0{,}9V] = \boxed{\mathbf{\pm\ 134mV.}}$$

Das Lesesignal ist relativ groß, da nur 256 Zellen mit den Biltleitungen verbunden sind.

Aufgabe 7.6

Gezeigt ist von einem DRAM der Ausschnitt aus dem Zellenfeld.

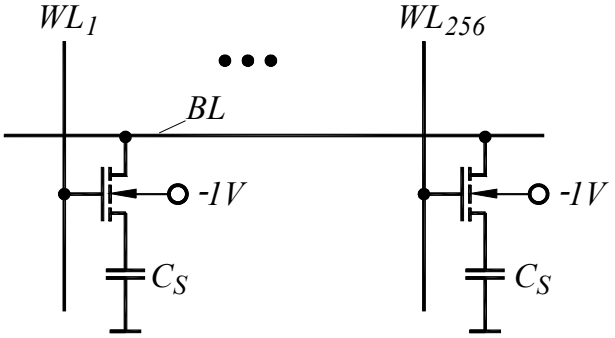


Bild A: 7.6

Wie groß muss die Wortleitungsspannung U_{WL} mindestens sein, damit in die Speicherzelle ein *H*-Pegel von 1,8V gelangen kann?

Transistordaten: U_{Ton} = 1,1V; $\gamma = 0{,}8\sqrt{V}$; $2\phi_F = 0{,}93V$

Lösung:

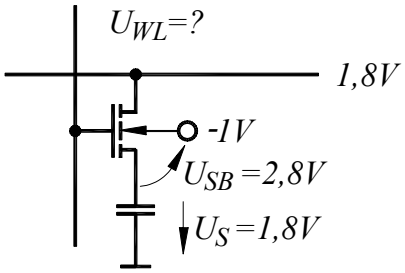


Bild L: 7.6.1

$$U_{WL} = U_H + U_{Ton} + \gamma\left(\sqrt{2\phi_F + U_{SB}} - \sqrt{2\phi_F}\right)$$

$$U_{WL} = 1{,}8V + 1{,}1V + 0{,}8\sqrt{V}\left(\sqrt{0{,}93V + 2{,}8V} - \sqrt{0{,}93V}\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{U_{WL} = 3{,}67\text{V}}}$$

Aufgabe 7.7

Dargestellt sind typische Wortleitungs“Bootstrap“-Treiber eines DRAMs.

Wie groß sind die Spannungen an den Gates von Tr_0 und Tr_1 sowie an den Wortleitungen WLO und WL1 vor und nach der Änderung von ϕ_{WL} von 0V auf 3,8V?

Werte: C_P = 9fF; $C_{GS} = C_{GD}$ = 26fF; U_{Tn} = 0,6V Substratsteuerfaktor vernachlässigbar.

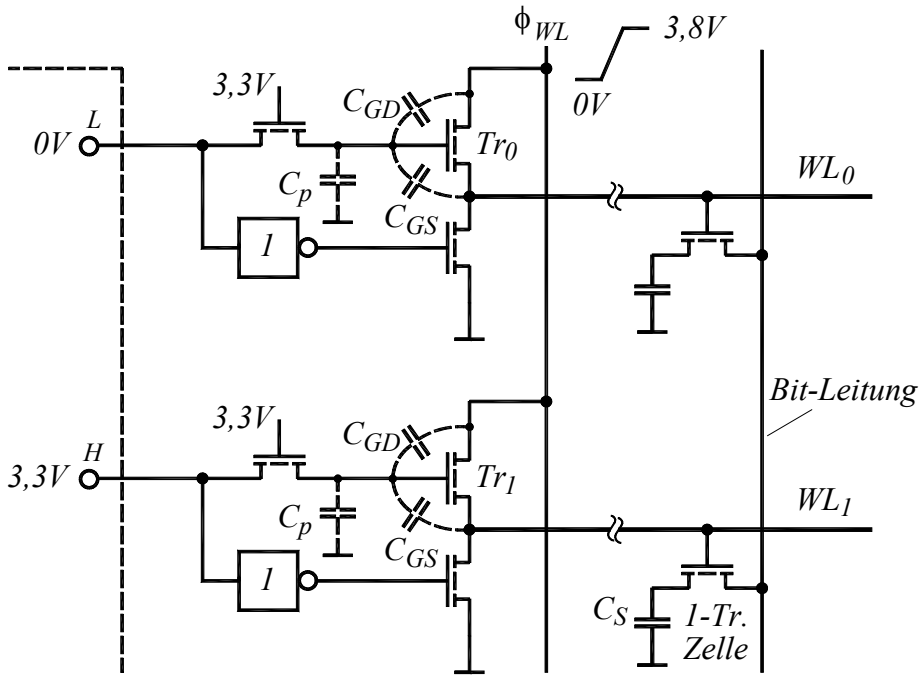


Bild A: 7.7

Lösung zur Aufgabe 7.7:

a) Spannung am Gate von Tr_0 und WL_0 beträgt jeweils 0V, unabhängig ob ϕ_{WL} = 0V oder 3,8V beträgt.

b) Spannung am Gate von Tr_1 undWL_1 mit ϕ_{WL} = 0V

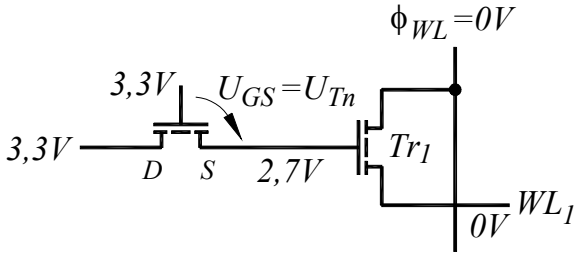


Bild L: 7.7.1

Spannung am Gate von Tr1 und WL1 mit ϕ_{WL} = 3,8V

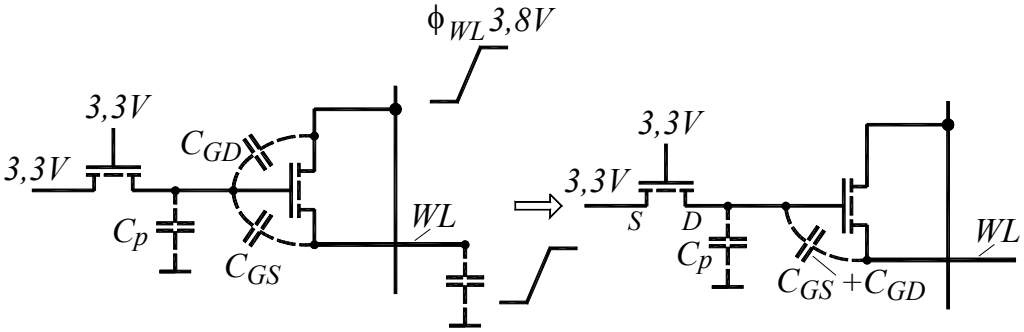


Bild L: 7.7.2

$$U_{GS,1} = \phi_{WL} \frac{C_{GS} + C_{GD}}{C_P + C_{GS} + C_{GD}} + 2{,}7V = 3{,}8V \frac{52\,fF}{60\,fF} + 2{,}7V =$$

$\boxed{U_{GS,1} = 5{,}99V}$ und damit $\boxed{WL1 = 3{,}8V}$

Kapitel 8

Aufgabe 8.1

Gegeben ist der gezeigte einfache Verstärker mit folgenden Daten:

I_{DS} = 100 μA; β_n = 1000 $\mu A/V^2$; λ_n = 0,1 V^{-1};

R_L = 100kΩ; u_i = 50 μV; (Transistor in Sättigung)

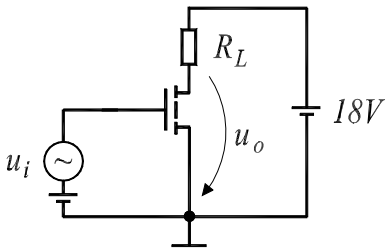


Bild A: 8.1

Wie groß ist bei niedrigen Frequenzen die Ausgangswechselspannung und Verstärkung in dB?

Lösung zur Aufgabe 8.1:

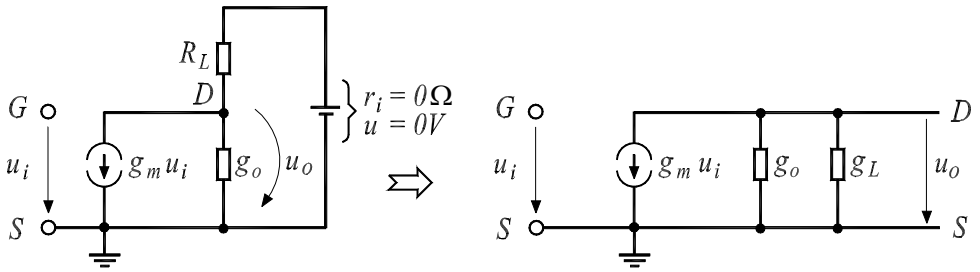


Bild L: 8.1

$$U_{DS} = 18V - R_L I_{DS} = 8V$$

$$g_m = \sqrt{2 I_{DS} \beta_n (1 + \lambda_n U_{DS})} = \sqrt{2 \cdot 10^{-4} A \cdot 1000 \cdot 10^{-6} A/V [1 + 0{,}1 \cdot (1/V) 8V]}$$

$$g_m = 6 \cdot 10^{-4} A/V$$

$$g_o = \frac{\lambda_n I_{DS}}{1 + \lambda_n U_{DS}} = \frac{0{,}1V^{-1} \cdot 100 \cdot 10^{-6} A}{1 + 0{,}1V^{-1} 8V} = 5{,}56 \cdot 10^{-6} A/V$$

d.h. $r_o = 1/g_o = 180 k\Omega$

$$g = g_o + g_l = 5{,}56 \cdot 10^{-6} A/V + 10 \cdot 10^{-6} A/V = 15{,}56 \cdot 10^{-6} A/V$$

$$u_o = -\frac{g_m}{g} u_i = -\frac{6 \cdot 10^{-4} A/V}{15{,}56 \cdot 10^{-6} A/V} \cdot 50 \mu V = -1{,}93 mV$$

d.h. $\frac{u_o}{u_i} = -38{,}6 \qquad 20 \log 38{,}6 = 31{,}7 \text{dB}$

Um eine hohe Verstärkung zu erreichen benötigt man große Ausgangswiderstände; r_o ist begrenzt durch die Kanallängenmodulation und R_L durch die Größe der Versorgungsspannung.

Lösung: Ersatz von R_L durch eine Stromquelle.

Aufgabe 8.2

Bei welchem Strom I geht bei Raumtemperatur die Stromspiegelschaltung von Sättigung in den Unterschwellstrombereich?

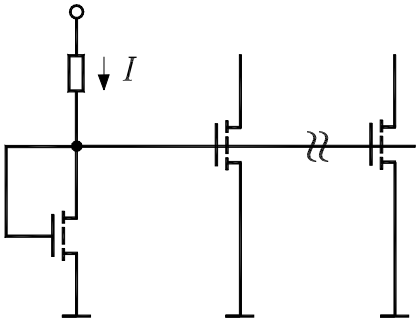


Bild A: 8.2

Daten der Transistoren bei R.T.: k_n = 120 μA/V^2; w/l = 10; n = 2; U_{DS} > 1V

Lösung zur Aufgabe 8.2:

$$I_{DS} = k_n \frac{w}{l}(n-1)\phi_t^2 e^{(U_{GS}-U_{Tn})/\phi_t n}$$

für $U_{GS} = U_{Tn}$ Übergang in den Unterschwellstrombereich

$$I_{DS} = k_n \frac{w}{l}(n-1)\phi_t^2$$

$$I_{DS} = 120\mu A/V^2 10 \cdot \left(26 \cdot 10^{-3}\right)^2 V^2 = 0{,}81\mu A$$

Aufgabe 8.3

Gegeben ist der dargestellte CMOS-Verstärker. Der Arbeitspunkt wird durch eine Referenzstufe eingestellt, so dass sich Herstellungstoleranzen kompensieren.

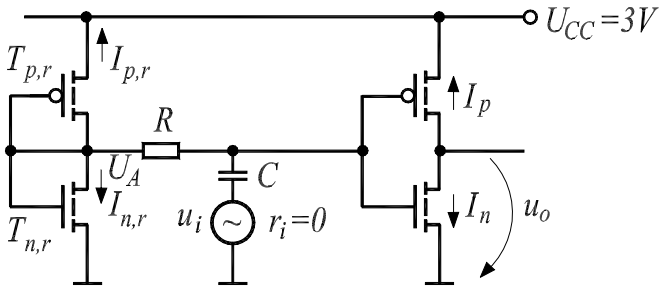


Bild A: 8.3

Die Daten der symmetrisch gestalteten Transistoren sind:

N-Kanal: β_n = 1000 μA/V^2; U_{Tn} = 0,5 V; λ_n = 0,05 V^{-1};

P-Kanal: β_p = 1000 μA/V^2; U_{Tp} = - 0,5 V: λ_p = 0,05 V^{-1};

Gesucht: Die Verstärkung der Stufe bei niedrigen Frequenzen. Die Einflüsse von C und R sind vernachlässigbar.

Lösung zur Aufgabe 8.3

Arbeitspunkt: Da $I_{n,r}$ = -$I_{p,r}$ ist beträgt $U_A \approx U_{CC}$ / 2 = 1,5V

Es fließt ein Strom von I_n = -I_p durch den Verstärker. Dieser hat einen Wert von

$$I_{DS,n} = \frac{\beta_n}{2}(U_{GS} - U_{Tn})^2 = \frac{1000\mu A/V^2}{2}(1{,}5V - 0{,}5V)^2$$
$$I_{DS,n} = -I_{DS,p} = 500\mu A$$

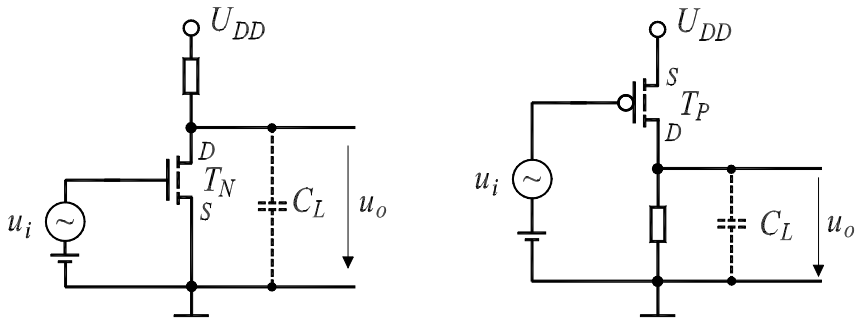
Die Übertragungs- und Ausgangsleitwerte betragen:

$$g_{m,n} = \sqrt{2I_{DS,n}\beta_n(1+\lambda_n U_{DS})}$$
$$g_{m,n} = \sqrt{2\cdot 500\mu A\cdot 1000\mu A/V^2(1+0{,}05V^{-1}\cdot 1{,}5V)}$$
$$g_{m,n} = g_{m,p} = 1{,}04\cdot 10^{-3}\,A/V$$

$$g_{o,n} = \frac{\lambda_n I_{DS}}{1+\lambda_n U_{DS}} = \frac{0{,}05V^{-1}\cdot 500\mu A}{1+0{,}05V^{-1}1{,}5V}$$
$$g_{o,n} = g_{o,p} = 2{,}33\cdot 10^{-5}\,A/V$$

Hinweis zu Strom- und Spannungsrichtung beim **Kleinsignal-Ersatzschaltbild** von n- und p-Kanal Transistor

Bei den dargestellten einfachen Verstärkern sind die aktiven Elemente jeweils vertauscht. Der Einfachheit halber werden sehr hochohmige Lastwiderstände verwendet. Steigt die Eingangsspannung an, führt dies in beiden Fällen zu einer Reduzierung der Ausgangsspannung. Fällt dagegen die Spannung an den Eingängen, führt dies jeweils zu einer Erhöhung der Ausgangsspannung.



Werden die aktiven Elemente, wie bei dem CMOS-Verstärker vorgesehen gleichzeitig angesteuert, verhalten sich diese damit so, als wären sie wechselspannungsmäßig parallel geschaltet.

Demnach gilt für den Verstärker das folgende Ersatzschaltbild

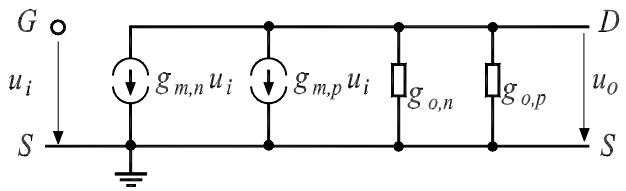


Bild L: 8.3.3

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{g_{m,n} + g_{m,p}}{g_{o,n} + g_{op}} = -\frac{g_m}{g_o} = -\frac{1{,}04 \cdot 10^{-3}\, A/V}{2{,}33 \cdot 10^{-5}\, A/V}$$

$$\frac{u_o}{u_i} = -44{,}6 \ (32{,}9 dB)$$

Aufgabe 8.4

Bestimmen Sie die Weite des gezeigten Source-Folger-Transistors, wenn r_{aus} = 50Ω betragen soll. Um die Kanallängenmodulation zu reduzieren wird eine relativ große Gatelänge von 1,5µm verwendet. Es kann dadurch angeommen werden, dass $\lambda_n \cdot U_{DS} \ll 1$ ist.

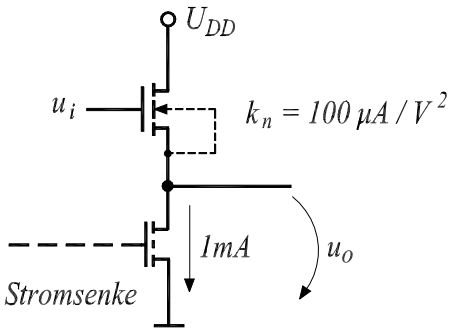


Bild A: 8.4

Lösung zur Aufgabe 8.4:

$$r_{aus} \approx \frac{1}{g_{m,1}} = \frac{1}{\sqrt{2 I_{DS} \beta_n (1 + \lambda_n U_{DS})}} \approx \frac{1}{\sqrt{2 I_{DS} k_n w / l}}$$

$$\frac{w}{l} = \frac{1}{2 I_{DS} k_n r_{aus}^2} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3} A \cdot 100 \cdot 10^{-6} A / V^2 \cdot 50^2 (V / A)^2}$$

$\frac{w}{l} = 2 \cdot 10^3$ mit l = 1,5µm resultiert eine Weite von

w = 3mm

Durch Erhöhung von I_{DS} kann zwar das w/l-Verhältnis reduziert werden jedoch steigt der Leistungsverbrauch an.

Kapitel 9

Aufgabe 9.1

Berechnen Sie den Kleinsignal-Ausgangswiderstand der dargestellten verbesserten Stromsenke bei niedrigen Frequenzen, wenn T_3 und T_2 identisch aufgebaut sind.

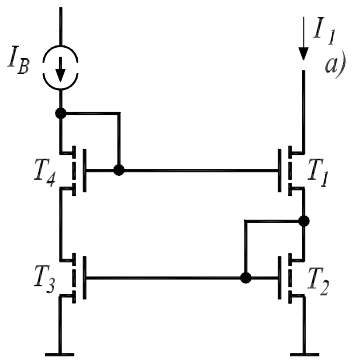


Bild A: 9.1

Lösung zur Aufgabe 9.1:

Kleinsignal-Ersatzschaltbild

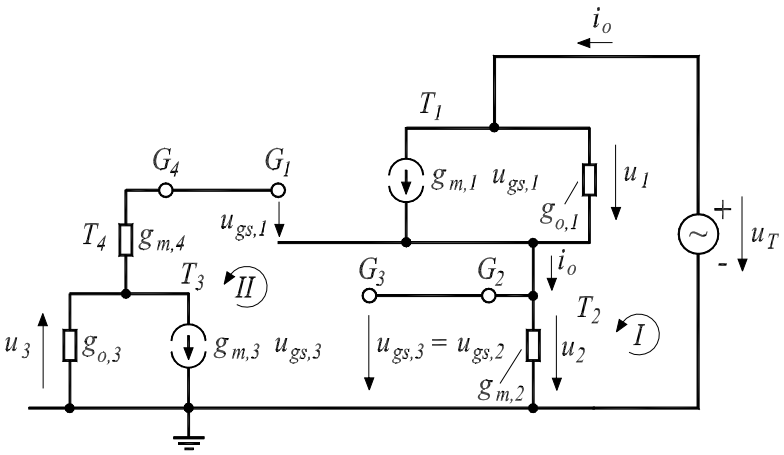


Bild L: 9.1

Knotengleichung: für Pfad I

$$-u_T + u_1 + u_2 = 0$$

I)
$$-u_T + (i_o - g_{m,1}u_{gs,1})\frac{1}{g_{o,1}} + i_o\frac{1}{g_{m,2}} = 0$$

für Pfad II

$$-u_2 - u_{gs,1} - u_3 = 0$$

II)
$$-\frac{i_o}{g_{m,2}} - u_{gs,1} - \frac{g_{m,3}}{g_{o,3}}u_{gs,3} = 0$$

mit $$u_{gs,3} = \frac{i_o}{g_{m,2}}$$

$$-\frac{i_o}{g_{m,2}} - u_{gs,1} - \frac{g_{m,3}}{g_{m,2}}\frac{1}{g_{o,3}}i_o = 0$$

d.h. $$u_{gs,1} = -\frac{i_o}{g_{m,2}} - \frac{g_{m,3}}{g_{m,2}}\frac{1}{g_{o,3}}i_o$$

in I) eingesetzt und nach r_{aus} aufgelöst

$$r_{aus} = \frac{u_i}{i_o}$$
$$= \frac{1}{g_{o,1}} + \frac{1}{g_{m,2}}\left[1 + \frac{g_{m,1}}{g_{o,1}}\left(1 + \frac{g_{m,2}}{g_{o,2}}\right)\right]$$

wobei $g_{m,3} = g_{m,2}$ und $g_{o,3} = g_{o,2}$ gleiche Werte besitzen. D.h. die Transistoren T_3 und T_2 sind identisch

mit $\frac{g_{m,2}}{g_{o,2}} \gg 1$ und $\frac{g_{m,1}}{g_{o,1}} \gg 1$

$$r_{aus} \approx \frac{1}{g_{o,1}} + \frac{g_{m,1}}{g_{o,1}g_{o,2}}$$

$$\boxed{r_{aus} \approx \frac{g_{m,1}}{g_{o,1}g_{o,2}} = g_{m,1}r_{o,1}r_{o,2}}$$

Aufgabe 9.2

Bestimmen Sie bei niedrigen Frequenzen die Verstärkung der dargestellten Verstärkerstufe (T_5 befindet sich in Stromsättigung). Daten der Transistoren:

$\beta_p(T_1 \text{ bis } T_4) = 800\mu A/V^2$; $\lambda(T_1 \text{ bis } T_5) = 0{,}01V^{-1}$; $\beta_5 = 5000\mu A/V^2$

Es kann davon ausgegangen werden, dass bei allen Transistoren $U_{DS}\lambda \ll 1$ ist.

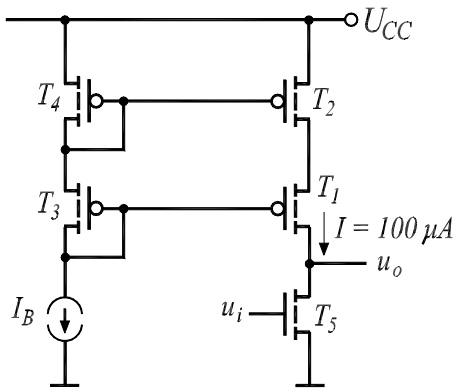


Bild A: 9.2

Lösung zur Aufgabe 9.2:

In Analogie zu Beziehung (8.8) hat der Leitwert der verbesserten Stromquelle einen Wert von

$$g_{o,p} \approx \frac{g_{o,1}g_{o,2}}{g_{m,1}}$$

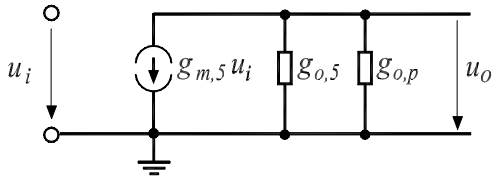


Bild L: 9.2

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{g_{m,5}}{g_{o,5} + g_{o,p}}$$

$$g_{m,5} = \sqrt{2I_{DS,5}\beta_5(1+\lambda_5 U_{DS})} \approx \sqrt{2I_{DS,5}\beta_5}$$

$$g_{m,5} \approx \sqrt{2\cdot 100\cdot 10^{-6}\,A\cdot 5000\cdot 10^{-6}\,A/V^2}$$

$$g_{m,5} \approx 10^{-3}\,A/V$$

$$g_{m,1} \approx \sqrt{2I_{DS,1}\beta_1} = \sqrt{2\cdot 100\cdot 10^{-6}\,A\cdot 800\cdot 10^{-6}\,A/V^2}$$

$$g_{m,1} \approx 4\cdot 10^{-4}\,A/V$$

$$g_o = \frac{I_{DS}\lambda}{1+\lambda U_{DS}} \approx I_{DS}\lambda = 100\cdot 10^{-6}\,A\cdot 0{,}01V^{-1} = 10^{-6}\,A/V$$

$$g_{o,5} = g_{o,1} = g_{o,2} = 10^{-6}\,A/V$$

d.h.

$$g_{o,p} = \frac{10^{-6}\,A/V\cdot 10^{-6}\,A/V}{4\cdot 10^{-4}\,A/V} = 0{,}25\cdot 10^{-8}\,A/V \text{ vernachlässigbar}$$

gegenüber $g_{o,n}$

somit ist:

$$\frac{u_o}{u_i} \approx -\frac{g_{m,5}}{g_{o,5}} = -\frac{10^{-3}\,A/V}{10^{-6}\,A/V} = -10^3$$

$$\boxed{\frac{u_o}{u_i} = 60dB}$$

Aufgabe 9.3

In dem gefalteten Kaskode-Verstärker (Bild 9.14) wird eine sog. wrap-around Schaltung verwendet (Bild A.9.3).

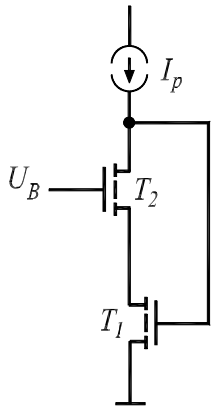


Bild A: 9.3

Bestimmen Sie den Spannungsbereich U_B so, dass gewährleistet ist, dass sich beide Transistoren in Stromsättigung befinden.

Lösung zur Aufgabe 9.3

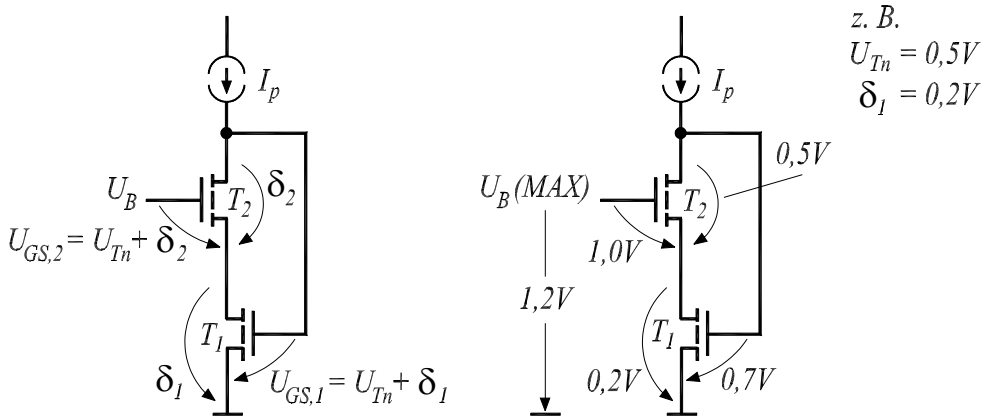


Bild L: 9.3

Übergang Stromsättigung: $(U_{GS} - U_{Tn}) = U_{DS}$

Mit $U_{GS} = U_{Tn} + \delta$ hat $U_{DS}(MIN)$ einen Wert von δ

Aus Bild L 9.3 resultiert eine Spannung von

$$U_B(MIN) = \delta_1 + U_{Tn} + \delta_2$$

$$\text{mit } \delta_2 = U_{DS,2} = U_{Tn}$$

$$U_B(MAX) = \delta_1 + 2U_{Tn}$$

Kapitel 10

Aufgabe 10.1

Bestimmen Sie die minimale mögliche Versorgungsspannung U_{CC} der dargestellten BICMOS-Treiber

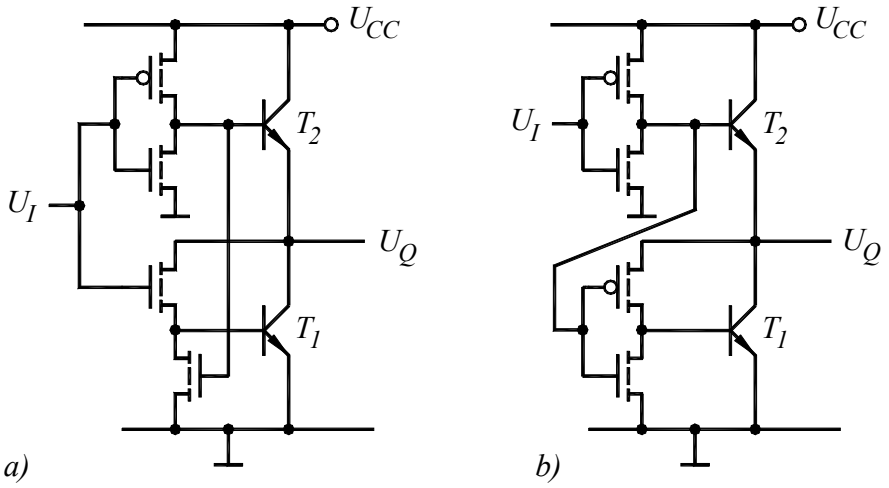


Bild A: 10.1

Lösung zur Aufgabe 10.1:

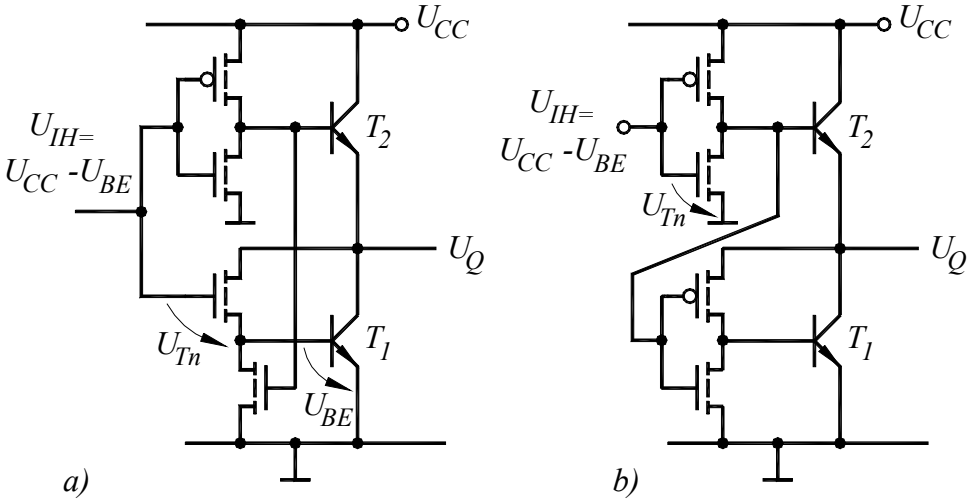


Bild L: 10.1

U_Q(MAX) ist in beiden Fällen ≈ U_{CC} - U_{BE} . Annahme: $U_{IH}(MIN) = U_{CC} - U_{BE}$

Mit $U_I = U_Q$(MAX) ergibt sich im

Fall a)

$U_{IH} \geq U_{Tn} + U_{BE}$

$U_{CC} - U_{BE} \geq U_{Tn} + U_{BE}$

$\boldsymbol{U_{CC} \geq U_{Tn} + 2U_{BE}}$

Fall b)

$U_{IH} \geq U_{Tn}$

$U_{CC} - U_{BE} \geq U_{Tn}$

$\boldsymbol{U_{CC} \geq U_{Tn} + U_{BE}}$

Aufgabe 10.2

Die im Bild dargestellte Stromquelle mit den Strömen I_{B1} und I_{B2} ist von der Versorgungsspannung U_{CC} unabhängig, wenn die Kanallängenmodulation vernachlässigt wird.

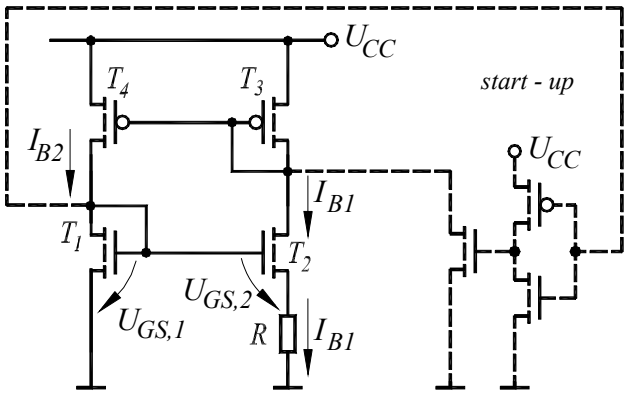


Bild A: 10.2

Leiten Sie die Beziehung für den Strom I_{B1} als Funktion der Transistorgeometrien her, wenn $(w/l)_3 = (w/l)_4$ *und* $(w/l)_2 > (w/l)_1$ ist.

Es ist davon auszugehen, dass alle Transistoren in Sättigung sind. In erster Näherung können der Substratsteuereffekt und die Kanallängenmodulation vernachlässigt werden.

Lösung zur Aufgabe 10.2:

$$I_{B1} = \frac{1}{2}\left(\frac{w}{l}\right)_2 k_n \left[U_{GS,2} - U_{Tn}\right]^2 \Rightarrow U_{GS,2} = \sqrt{\frac{2I_{B1}}{(w/l)_2 k_n}} + U_{Tn}$$

$$I_{B2} = \frac{1}{2}\left(\frac{w}{l}\right)_1 k_n \left[U_{GS,1} - U_{Tn}\right]^2 \Rightarrow U_{GS,1} = \sqrt{\frac{2I_{B2}}{(w/l)_1 k_n}} + U_{Tn}$$

$$I_{B1} = \frac{U_{GS,1} - U_{GS,2}}{R} = \frac{\sqrt{\frac{2I_{B2}}{(w/l)_1 k_n}} - \sqrt{\frac{2I_{B1}}{(w/l)_2 k_n}}}{R}$$

mit: $$\left(\frac{w}{l}\right)_3 = \left(\frac{w}{l}\right)_4 \Rightarrow I_{B1} = I_{B2}$$

$$I_{B1} = \frac{\sqrt{2I_{B1}}\left[\sqrt{\frac{1}{(w/l)_1 k_n}} - \sqrt{\frac{1}{(w/l)_2 k_n}}\right]}{R}$$

$$\boxed{I_{B1} = \frac{2}{k_n R^2}\left[\left(\frac{w}{l}\right)_1^{-1/2} - \left(\frac{w}{l}\right)_2^{-1/2}\right]^2}$$

Aufgabe 10.3

Die dargestellte Schaltungsrealisierung stellt eine Variante der in Bild 10.24 vorgestellten Bandabstand-Spannungsquelle dar.

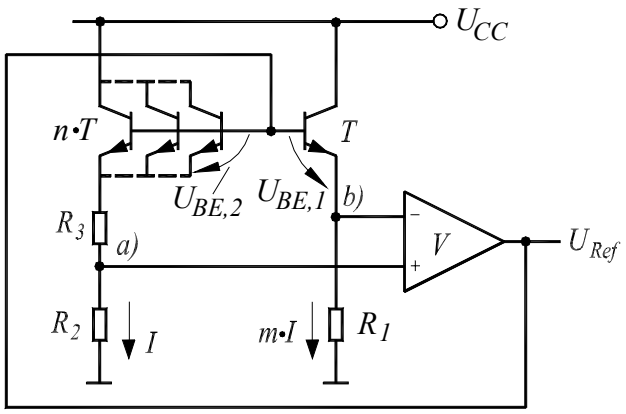


Bild A: 10.3

Bestimmen Sie die Spannung U_{Ref} unter der Voraussetzung eines idealen Verstärkers.

Lösung zur Aufgabe 10.3:

$$U_{Ref} = U_{BE,2} + I(R_3 + R_2)$$

$$I = \frac{U_{BE,1} - U_{BE,2}}{R_3} \qquad \text{da } U_a = U_b \text{ ist}$$

$$U_{Ref} = U_{BE,2} + \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)\Delta U_{BE}$$

mit: $$\Delta U_{BE} = U_{BE,1} - U_{BE,2} = \frac{kT}{q} \ln mn \qquad \text{und}$$

Verwendung von Beziehung (10.26) liefert die Schaltung eine Referenzspannung von

$$U_{Ref} = U_{go} - NT + \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)\frac{kT}{q} \ln mn \ .$$

Wird $\left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)\frac{k}{q} \ln mn = N$ gewählt, resultiert eine von der Temperatur nahezu unabhängige Spannung.

Aufgabe 10.4

In Bild 10.39 ist eine einfache MOS-Stromverstärkerstufe mit Kleinsignal-Ersatzschaltbild dargestellt. Leiten Sie die Übertragungsfunktion i_o / i_g her.

(Stromrichtung i_o verändert gegenüber Buchausgabe 2003)

Lösung zur Aufgabe 10.4:

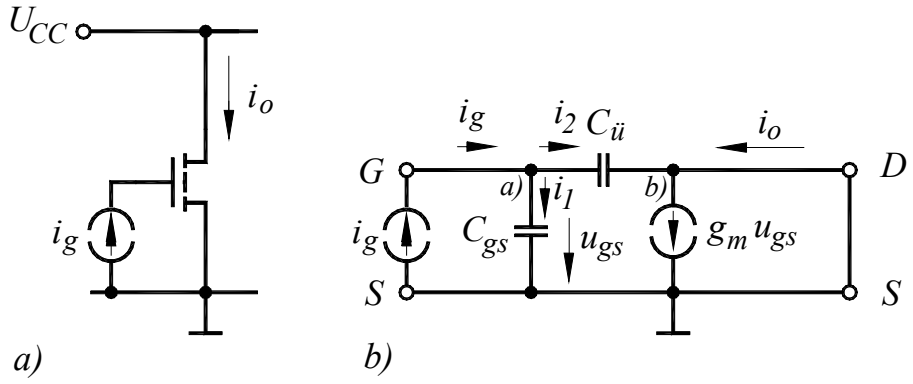


Bild L:10.4

am Knoten a)

$$i_g - i_1 - i_2 = 0$$

$$i_g - j\omega C_{gs} u_{gs} - j\omega C_ü u_{gs} = 0$$

I) $$i_g - j\omega (C_{gs} + C_ü) u_{gs} = 0$$

am Knoten b)

$$i_2 - g_m u_{gs} + i_o = 0$$

$$j\omega C_ü u_{gs} - g_m u_{gs} + i_o = 0$$

II) $$u_{gs} (j\omega C_ü - g_m) = -i_o$$

u_{gs} von II nach I liefert

$$\beta(j\omega) = \frac{i_o}{i_g} = \frac{g_m (1 - j\dfrac{\omega}{\omega_z})}{j\omega (C_{gs} + C_ü)}$$

wobei

$$\omega_z = \frac{g_m}{C_{ü}}$$

ist. Da im Allgemeinen $\frac{\omega}{\omega_z} \ll 1$ ist, resultiert

$$\beta(j\omega) = \frac{g_m}{j\omega(C_{gs} + C_{ü})}$$

$$\beta(j\omega) = \frac{\sqrt{2I_{DS}\beta_n(1+\lambda_n U_{DS})}}{j\omega(C_{gs} + C_{ü})} \sim I_{DS}^{1/2}$$

Die Transitkreisfrequenz hat dabei einen Wert bei $i_o = i_g$ von

$$\omega_T = \frac{g_m}{C_{gs} + C_{ü}}$$

$$\omega_T = \frac{\sqrt{2I_{DS}\beta_n(1+\lambda U_{DS})}}{C_{gs} + C_{ü}} \sim I_{DS}^{1/2}$$

Aufgabe 10.5

In Bild 10.35 ist eine einfache bipolare Verstärkerstufe mit Kleinsignal-Ersatzschaltbild dargestellt. Leiten Sie die Übertragungsfunktion u_o/u_i her, wenn parasitäre Widerstände vernachlässigbar sind.

Lösung zur Aufgabe 10.5:

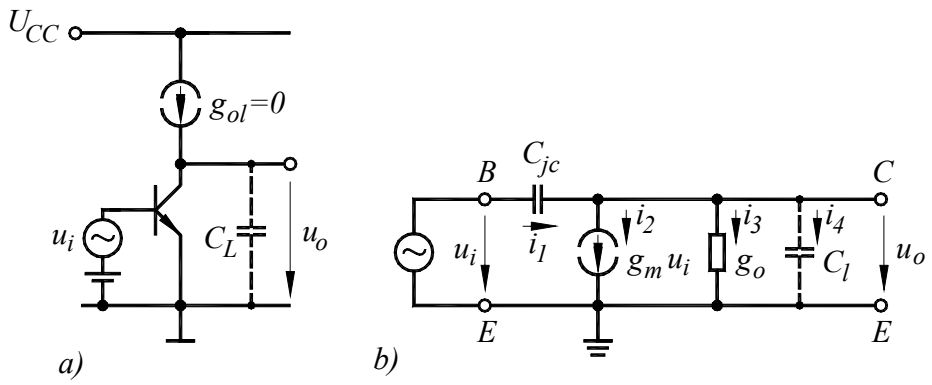


Bild L: 10.5

$$i_1 - i_2 - i_3 - i_4 = 0$$
$$j\omega C_{jc}(u_i - u_o) - g_m u_i - g_o u_o - j\omega C_l u_o = 0$$

$$a(j\omega) = \frac{u_o(j\omega)}{u_i(j\omega)} = a_o \frac{1 - j\dfrac{\omega}{\omega_z}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_\beta}}$$

$$a_o = -\frac{g_{m,n}}{g_o} = -\frac{I_C/\phi_t}{I_C/U_{AN}} = -\frac{U_{AN}}{\phi_t} \neq I_C$$

$$\omega_\beta = \frac{g_o}{C_l} = \frac{I_C}{U_{AN}C_l} \sim I_C$$

$$\omega_T = |a_o|\omega_\beta = \frac{U_{AN}}{\phi_t}\frac{I_C}{U_{AN}C_l} = \frac{I_C}{\phi_t C_l} \sim I_C$$

Aufgabe 10.6

Vergleichen Sie die Eingangskapazitäten von einem bipolaren- und einem MOS-Transistor bei einem Strom von jeweils 1mA.

Daten:

Bipolarer Transistor: U_{BE} = 0,85V; f_t = 30GHz entspricht τ_N = 5,3ps

MOS-Transistor: U_{GS} - U_{Tn} = 1,0V; $C'_G = 4\,fF/\mu m^2$; $k_n = 120\mu A/V^2$;

$l = 0{,}15\mu m$

Lösung zur Aufgabe 10.6:

Kleinsignalkapazität: Basis-Emitter

$$C_{be} = \tau_N I_C/\phi_t + C_{je} \approx \tau_N I_C/\phi_t$$

$$\overline{C_{be}} \approx \frac{1}{U_{BE}} \int_o^{U_{BE}} \frac{\tau_N}{\phi_t} I_C dU$$

$$\overline{C_{be}} \approx \frac{1}{U_{BE}} \int_o^{U_{BE}} \frac{\tau_N}{\phi_t} I_{SS} e^{U/\phi_t} dU = \frac{1}{U_{BE}} \tau_N I_C$$

$$\overline{C_{be}} \approx \frac{1}{0{,}85V} \cdot 5{,}3 \cdot 10^{-12} s \cdot 10^{-3} A = 6{,}24\,fF$$

Kleinsignalkapazität: Gate - Source

$$C_G = \frac{2}{3} C'_{ox} \cdot w \cdot l; \qquad I_{DS} = \frac{k_n}{2} \frac{w}{l} \left(U_{GS} - U_{Tn}\right)^2$$

$$C_G = \frac{2}{3} C'_{ox} \cdot \frac{w}{l} \cdot l^2; \qquad \frac{w}{l} = \frac{2 I_{DS}}{k_n (U_{GS} - U_{Tn})^2}$$

$$C_G = \frac{4}{3} C'_{ox} l^2 \frac{I_{DS}}{k_n (U_{GS} - U_{Tn})^2}$$

$$C_G = \frac{4}{3} \cdot 4(fF/\mu m^2) \cdot (0{,}15\mu m)^2 \frac{10^3 \mu A}{120\mu A/V^2 \cdot 1V^2}$$

$$C_G = 1{,}0\,fF$$

d.h. für dieses Beispiel:

$$\boxed{\overline{C_{be}} \approx 6 \cdot C_G}$$

Aufgabe 10.7

Gesucht wird der Einfluß, den eine Offset-Spannung bei den Transistoren T_1 und T_2 auf die Referenzspannung U_{Ref} (Bild 10.30) hat.

Lösung:

$U_{GS,1}$ ist um den Wert der Offset-Spannung verändert. Demnach ist

$U_{EB,1} + U_{GS,1} \pm U_{off} = U_{GS,2} + I_1 R_1 + U_{EB,2}$, wodurch ein Strom von

$$I_1 = \frac{U_{EB,1} - U_{EB,2}}{R_1} \pm \frac{U_{off}}{R_1} = \frac{1}{R_1}\frac{kT}{q}\ln n \pm \frac{U_{off}}{R_1}$$ und eine Referenzspannung von

$$U_{ref} = U_{EB,3} + \frac{R_2}{R_1}\frac{kT}{q}\ln n + \frac{R_2}{R_1}U_{off}$$ resultiert.